

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

DAYANE TRINDADE DE SOUSA

**USO DO APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO NO ENSINO
TÉCNICO: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA**

**PALMAS
2022**

DAYANE TRINDADE DE SOUSA

**USO DO APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO NO ENSINO
TÉCNICO: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática da Unidade *Campus* Palmas, do
Instituto Federal do Tocantins, como exigência à
obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Ma. Antônia Lília Soares
Pereira

PALMAS
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

S725u Sousa, Dayane Trindade de
 Uso do Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico no Ensino
 Técnico : um relato de experiência / Dayane Trindade de Sousa. –
 Palmas, TO, 2022.
 83 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins,
Campus Palmas, Palmas, TO, 2022.

Orientadora: Ma. Antônia Lília Soares Pereira

1. Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico. 2. Ensino de
Matemática. 3. Mobile- Learning. I. Soares Pereira, Antônia Lília. II.
Título.

CDD 510

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins
de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a).**



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
CAMPUS PALMAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**FOLHA DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO
DE CURSO DE GRADUAÇÃO**

1. **TÍTULO: O USO DO APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO NO ENSINO TÉCNICO: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA**
2. **AUTORA: DAYANE TRINDADE DE SOUZA**
3. **ORIENTADOR: Prof. Antônia Lilia Soares Pereira**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 14/06/2022.

Prof. Ma. Antônia Lilia Soares Pereira
IFTO – Campus Palmas
Presidente/Orientador

Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza
IFTO – Campus Palmas
Avaliador Interno

Prof. Dr. Fábio Soares Pereira
IFAC – Campus Sena Madureira
Avaliador Externo

Documento assinado eletronicamente por **Antonia Lilia Soares Pereira, Servidor,**



em 14/06/2022, às 15:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wallysonn Alves de Souza, Servidor**, em 14/06/2022, às 15:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fábio Soares Pereira, Usuário Externo**, em 27/06/2022, às 16:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.iftto.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1658595** e o código CRC **F90125C7**.

Quadra 310 Sul, Lo 5, s/n, esquina com a Avenida NS 10 - Plano Diretor Sul — CEP 77.021-090
Palmas/TO — (63) 3236-4000
portal.iftto.edu.br — reitoria@iftto.edu.br

Dedico este trabalho a Deus e à minha família: meu esposo Domingos e aos meus filhos Davy e Danyel, por serem a minha fonte de inspiração, motivação e força.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus, que me deu o direito à vida e me deu graça, para que eu pudesse vencer todas as dificuldades encontradas, não somente no decorrer do curso, mas também durante toda a minha trajetória de vida. Obrigada, meu Senhor e Rei, porque estou concluindo aqui mais uma etapa da minha vida, sem a tua permissão nada disso seria possível.

À Zenildes Fontes, minha mãe na fé, uma pessoa maravilhosa que o senhor colocou em meu caminho, para alegrar a minha vida nos momentos em que eu vivi a mais profunda escuridão. Obrigada pelo voto de confiança, obrigada por acreditar em mim quando ninguém mais acreditou.

À minha família, meu queridíssimo esposo Domingos, meu melhor amigo e companheiro, que Deus me proporcionou. Obrigada pela paciência, pela confiança, pela segurança, meu suporte, meu apoio, sempre fazendo tudo o que está ao seu alcance para me socorrer. Aos meus príncipes Davy e Danyel, meus filhos, meus melhores presentes, minha maior fonte de inspiração, motivação e energia. Ao meu irmão Antônio e sua família, pelo apoio necessário e incessante.

À minha melhor amiga Eliete, minha conselheira, minha confidente, minha companheira de estudos, de sorrisos, altas madrugadas passamos em claro, para estudar e hoje colher o resultado. Obrigada por estourar minha bolha, a sua amizade me mostrou uma versão melhor de mim, você mora no meu coração.

À minha orientadora Prof.^a Ma. Antônia Lília, que aceitou o convite para ser minha orientadora. Obrigada por ter-me dado a honra de tê-la como orientadora, pela paciência, disposição, dedicação, força, pelo compromisso e incentivo, por ser sempre atenta, carismática, pelo respeito, pelas palavras de conforto nos momentos necessários; obrigada pelo seu profissionalismo. Eu quero levar a sua amizade e o seu exemplo para a vida, pois você é inspiração: sou sua fã.

Ao Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza e ao Prof. Dr. Fábio Soares Pereira, que aceitaram o convite para fazer parte da minha banca.

Ao Instituto Federal do Tocantins e aos professores do meu curso, que oferecem um curso com tanta qualidade e profissionalismo, e a todos que contribuíram, diretamente ou indiretamente, para a minha formação.

Declaração de amor

Eu Te amo,
Quero que quando escutar esta canção
Abra bem seu coração
Saiba que é a declaração
De um filho imperfeito.
Eu Te amo,
Levanto a minha voz pra Te falar
O que sinto aqui bem dentro do meu peito

Uma certeza de um amor
Vem de um coração adorador.
Dependente que reconhece seu valor
Me arrependo do que fiz
Mas Te aceitei e hoje sou feliz de verdade.

Eu só quero Te amar, amar, amar
E continuar Te amando.
E Te falar que pra mim o mundo é só
engano].
Felicidade eu tenho aqui
É ao seu lado, juntinho de Ti,
Meu amado, meu Senhor Jesus Cristo.

Suellen Lima (2011)

RESUMO

A complexidade do entendimento de conceitos que se relacionam à Circunferência Trigonométrica perpassa o ensino por meio do método tradicional. Ante essa dificuldade, o *mobile-learning* e a utilização de ferramentas tecnológicas educacionais, como os aplicativos móveis, desempenham o papel de facilitadores no processo de aprendizagem e podem contribuir para a representação visual dos elementos, compreensão das propriedades e das definições matemáticas. O presente trabalho configura-se como um relato de experiência, cuja finalidade é descrever minha experiência pedagógica vivenciada durante a realização e execução do projeto de ensino “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”, que foi atribuído e aplicado em 2021 às turmas de 2º ano do Ensino Médio Integrado aos Cursos Técnicos em Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica do IFTO, *campus* Palmas. A pesquisa é exploratória de cunho analítico-descritivo, possui, portanto, um viés analítico e uma abordagem qualitativa. Como resultados da pesquisa, podemos afirmar que o uso do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico é uma estratégia didática eficaz para ensinar os conceitos básicos de Circunferência Trigonométrica, pois esse método contribuiu para amenizar as diversas dificuldades encontradas pelos estudantes no estudo dessa temática. Conclui-se que a metodologia de ensino adotada oportunizou aos estudantes compreender os conceitos sobre Circunferência Trigonométrica por meio da visualização, proporcionando uma aprendizagem significativa e uma educação de qualidade.

Palavras-chave: Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico. Ensino de Matemática. *Mobile- Learning*.

ABSTRACT

The complexity of understanding concepts related to the Trigonometric Circumference goes beyond the traditional teaching method. Given this difficulty, mobile-learning and the use of technological educational tools, such as mobile applications, play the role of facilitators in the learning process and can contribute to the visual representation of elements, understanding of properties and mathematical definitions. The present work is an experience report, whose purpose is to describe my pedagogical experience during the execution of the teaching project "Learning Mathematics with the Trigonometric Unit Circle Application", which was assigned and applied in 2021 to 2nd year classes of Integrated High School to the Technical Courses in Administration, Electrotechnics, Informatics and Mechatronics of IFTO, Palmas campus. The research is exploratory, analytical and descriptive in nature, and has, therefore, an analytical bias and a qualitative approach. As results of the research, we can affirm that the use of the application Trigonometric Unit Circle is an efficient didactic strategy to teach the basic concepts of Trigonometric Circumference, because this method contributed to ease the several difficulties found by the students in the study of this subject. We conclude that the teaching methodology adopted allowed the students to understand the concepts of Trigonometric Circumference through visualization, providing a meaningful learning and a quality education.

Keywords: Trigonometric Circle Application. Mathematics Teaching. Mobile-Learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 1 – Arcos	40
Figura 2 – Arco AB	40
Figura 3 – Ângulo de 30°	41
Figura 4 – Representação de 1 rad	41
Figura 5 – Circunferência Trigonométrica.....	42
Figura 6 – Funcionalidades do app Círculo Unitário Trigonométrico	43
Figura 7 – Circunferência orientada no sentido anti-horário	45
Figura 8 – Circunferência orientada no sentido horário	46
Figura 9 – Circunferência Trigonométrica.....	47
Figura 10 – Quadrantes de uma circunferência trigonométrica	47
Figura 11 – Representação dos arcos na circunferência trigonométrica	48
Figura 12 – Arcos em radianos na circunferência trigonométrica	49
Figura 13 – Representação da circunferência de raio igual a 2.....	50
Figura 14 – Funcionalidades do app Círculo Unitário Trigonométrico para o ângulo de 120°	51
Figura 15 – Projeção do ângulo de 135° no app Círculo Unitário Trigonométrico	52
Figura 16 – Projeção do ângulo de $33^\circ 93'$ no app Círculo Unitário Trigonométrico .	53
Figura 17 – Quadro dos valores dos ângulos	54
Figura 18 – Arcos Côngruos.....	57
Figura 19 – Layout do jogo Kahoot!.....	61
Figura 20 – Nuvem de palavras.....	62

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Artigos Científicos que Abordam o Uso dos Aplicativos Móveis no Ensino de Trigonometria	21
Quadro 2 – Apresentação do app Círculo Unitário Trigonométrico.....	36
Quadro 3 – Plano Pedagógico do Projeto	37
Quadro 4 – Cronograma das aulas	38
Quadro 5 – Questões apresentadas no jogo <i>Kahoot!</i>	60

SUMÁRIO

1INTRODUÇÃO	14
2A IMPORTÂNCIA DO USO DOS APLICATIVOS MÓVEIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	18
2.1 As Contribuições da Utilização dos <i>Softwares</i> Educacionais para a Aprendizagem de Matemática	19
2.2 O Ensino de Trigonometria por meio de Aplicativos Móveis	20
3METODOLOGIA DA PESQUISA	34
4O PROJETO DE ENSINO “APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO”	35
4.1 O Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico	35
4.2 O Plano Pedagógico do Projeto	36
4.3 Primeiro Encontro	39
4.3.1 Conceitos Trigonométricos Básicos	39
4.4 Segundo Encontro	43
4.5 Terceiro Encontro	51
4.6 Quarto Encontro	54
4.4 Quinto Encontro	57
4.4.1 Arcos côngruos (ou congruentes)	57
4.5 Sexto Encontro	60
5 RELATO DE EXPERIÊNCIA DOCENTE	63
6CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
REFERÊNCIAS	73
ANEXO A – HOMOLOGAÇÃO DO PROJETO	78
ANEXO B – CERTIFICADO: COLABORADORA DO PROJETO	81
ANEXO C – CERTIFICADO: APRESENTAÇÃO DO ARTIGO CIENTÍFICO	82
ANEXO D – CERTIFICADO: PUBLICAÇÃO DE CAPÍTULO DE LIVRO	83

1 INTRODUÇÃO

A Matemática, como ciência, pode ser mais bem compreendida em suas múltiplas dimensões pelos estudantes por meio de práticas e metodologias de ensino disruptivas e inovadoras. Na Trigonometria, um dos campos da Matemática de fundamental importância, há diversas formas de interpretação dos fenômenos e de aplicação nas mais diversas áreas do conhecimento.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 265) ressalta que o conhecimento matemático é “[...] necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.”. Desse modo, a Matemática precisa ser vista pelos estudantes para além da teoria e da prática: o desafio consiste na superação da visão linear dos estudantes e na busca de novas estratégias para o desenvolvimento integral dos indivíduos.

Para a compreensão dos conceitos trigonométricos, é necessário que o professor estabeleça novas práticas pedagógicas para a abordagem dessa temática, especialmente no tratamento de elementos abstratos que constituem o ensino da Matemática. Sob essa perspectiva, a disruptividade nas metodologias de ensino envolve a transversalidade, as inovações pedagógicas e o contexto real inclusivo dos estudantes (KAMBER; TAKACI, 2018; FEIJÓ, 2018; SANTOS; HOMA, 2018; COSTA; PEQUENO; PEREIRA, 2019).

Com a pandemia da Covid-19, houve a necessidade de professores e estudantes adaptarem-se às aulas *on-line*. Dessa forma, tornou-se indispensável a adequação das metodologias de ensino e aprendizagem, consequentemente, a inclusão das tecnologias digitais acenou sob esse contexto, com a finalidade de obter um conhecimento significativo, além de dinamizar e diversificar as formas de aprender e ensinar (SOUSA; PEREIRA; PEREIRA, 2021).

Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) reconhece as potencialidades das ferramentas tecnológicas digitais nas mais diversas áreas do conhecimento, pois destaca esses recursos educacionais como “[...] alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações.” (BRASIL, 2018, p. 536).

Dessa maneira, é essencial que ocorram avanços e modificações na prática docente, já que vivemos em uma era em que várias mudanças têm acontecido de forma contínua e em ritmos acelerados. De acordo com a BNCC (2018, p. 473), é necessário assegurar aos estudantes “[...] as aprendizagens para atuar em uma sociedade em constante mudança, prepará-los para profissões que ainda não existem, para usar tecnologias que ainda não foram inventadas e para resolver problemas que ainda não conhecemos.”.

O uso das ferramentas tecnológicas pode propiciar um melhor estudo em trigonometria. Para além disso, o uso dos dispositivos móveis para o *Mobile Learning*¹ pode evidenciar que as novas formas de ensinar e aprender podem ser repensadas para o desenvolvimento da educação, pois a facilidade de acesso permite a criação de novas metodologias com o objetivo de estimular a aprendizagem dos alunos, já que o uso educativo dessas ferramentas proporciona aos usuários um ensino mais prazeroso, atrativo, além de adaptativo e ubíquo² (SILVA; OLIVEIRA, 2018; COUTINHO; ALMEIDA; JATOBÁ, 2021).

O uso dos aplicativos móveis facilita o entendimento de princípios, definições, teoremas e do conhecimento matemático, além disso, permite uma aprendizagem ubíqua. Dessa forma, os estudantes tornam-se capazes de assimilar, de maneira espontânea, natural e descomplicada as novas informações, além de tornarem-se *hard users*³ das novas tecnologias educacionais, sendo levados à participação ativa, com o consequente acesso a uma aprendizagem integrada (BUSCH *et al.*, 2015).

A complexidade do entendimento sobre os conceitos que relacionam a Circunferência Trigonométrica perpassa o ensino por meio do método tradicional. A solução para essa prerrogativa está relacionada à utilização de ferramentas tecnológicas educacionais, como os aplicativos móveis, que desempenham o papel de facilitadores no processo de aprendizagem e podem contribuir com a representação visual dos elementos, bem como com a compreensão das propriedades e das definições matemáticas (WEIMER *et al.*, 2017).

¹ *Mobile Learning* é uma aprendizagem por meio de dispositivos móveis, designada aprendizagem móvel (SANCHES *et al.*, 2019).

² Ubiquidade refere-se ao uso contínuo de tecnologia, independentemente do lugar: o indivíduo aprende a qualquer momento e em qualquer ambiente (ALMEIDA, 2016).

³ O termo *hard users* é empregado no texto para indicar o desenvolvimento de habilidades com o uso das novas tecnologias educacionais, ou seja, os alunos se tornarão *experts* na área.

Sob essa perspectiva, designamos a pergunta norteadora desta pesquisa: De que forma pode-se ensinar os conceitos de Circunferência Trigonométrica por meio de um projeto de ensino, com o uso do aplicativo móvel Círculo Unitário Trigonométrico?

Portanto, o objetivo desta pesquisa é descrever um relato de experiência pedagógica sobre as percepções acerca do ensino-aprendizagem, durante a aplicação do projeto de ensino “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”.

Como objetivos específicos desta investigação elencamos: 1) relatar a importância do uso do aplicativo (app) Círculo Unitário Trigonométrico para a aprendizagem de Matemática; 2) apresentar uma metodologia de ensino com o uso de ferramentas educacionais tecnológicas para a compreensão sobre os conceitos de Circunferência Trigonométrica; 3) contribuir com o ensino da Circunferência Trigonométrica por meio do uso de *softwares* matemáticos educacionais.

Este estudo foi realizado por meio de um projeto de ensino intitulado “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”, ocorrido entre os dias 15 e 30 de março de 2021, com as turmas de 2º ano dos cursos técnicos em Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica integrados ao Ensino Médio no Instituto Federal do Tocantins, Campus Palmas, durante o período das aulas remotas, em consequência do isolamento social provocado pela pandemia de Covid-19.

O projeto ocorreu por meio de encontros síncronos e assíncronos e teve como propósito educacional a interação do conteúdo desenvolvido sobre Circunferência Trigonométrica com o aplicativo digital. A demonstração das simulações com o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico proporcionou uma melhor compreensão visual e dinâmica dos conceitos trigonométricos e das construções dos ângulos e das funções trigonométricas.

Este Trabalho de Conclusão de Curso, está organizado em seis capítulos correlacionados. No Capítulo 1, na Introdução, apresentam-se a sua contextualização, o problema da pesquisa, a justificativa, os objetivos gerais e específicos, possibilitando uma visão ampla do tema relacionado neste estudo.

No Capítulo 2, apresenta-se a fundamentação teórica da pesquisa, a qual versa sobre a importância dos aplicativos móveis para o ensino de Matemática, a abordagem da temática Trigonometria com o auxílio do aplicativo Círculo Unitário

Trigonométrico, as contribuições das ferramentas tecnológicas para o ensino de Matemática, e os trabalhos correlatos utilizados na revisão integrativa da literatura científica que possuem a mesma perspectiva de abordagem desta pesquisa.

No Capítulo 3, apresenta-se o delineamento da metodologia da pesquisa científica, a identificação metodológica da pesquisa. No Capítulo 4, apresentam-se os procedimentos metodológicos do projeto de ensino, as funcionalidades do aplicativo utilizado, o plano pedagógico do projeto, o cronograma das aulas, e a descrição detalhada dos encontros I, II, III, IV, V e VI.

No Capítulo 5, descrevemos o relato de experiência da prática pedagógica e da metodologia de ensino utilizada no projeto. No Capítulo 6, são tecidas as considerações finais do trabalho, relacionando os objetivos identificados inicialmente com os resultados alcançados.

2 A IMPORTÂNCIA DO USO DOS APLICATIVOS MÓVEIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O progresso da ciência culminou no desenvolvimento de estratégias voltadas para as inovações pedagógicas. O aprimoramento das ferramentas tecnológicas educacionais proporciona, cada vez mais, o acesso às informações, à interatividade e aos novos métodos de ensino-aprendizagem. Desse modo, o engendramento de práticas pedagógicas disruptivas permite o engajamento e a motivação dos estudantes, principalmente devido aos diversos benefícios que esses instrumentos auxiliares proporcionam em sala de aula (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; KENSKI, 2019).

Nesse aspecto, é necessário que o docente esteja preparado para atender às demandas, pois o uso dos aplicativos para o ensino-aprendizagem de Matemática pode, inclusive, permitir a integração das diversas áreas do conhecimento. Isso possibilita um trabalho interdisciplinar que contempla o desenvolvimento das mais diversas competências e habilidades dos estudantes. Assim, o professor passa a ter um “[...] papel de orientador que compreende a sua importância na mudança de paradigma na relação com o aluno.” (OLIVEIRA; AMARAL, 2019, p. 43).

O período de pandemia de Covid-19 provocou o isolamento e o distanciamento social e, em consequência dele, os estudantes tiveram de acompanhar as aulas na modalidade remota e *on-line*. Por isso, nesse período, o professor precisou buscar o aperfeiçoamento de sua prática por meio do uso das tecnologias digitais, com o intuito de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, alinhando-os à realidade dos alunos (AVIZ; VASCONCELOS; LOZADA, 2021).

Nessa conjuntura, o uso dos dispositivos móveis, na condição de recursos tecnológicos educacionais, facilita a promoção de novas formas de ensinar e aprender, principalmente pela utilização de aplicativos móveis (*apps*). Os *softwares mobiles* podem ser um instrumento para a viabilização do ensino de Matemática, já que o acesso ao conhecimento e às informações ocorre também por intermédio dos *apps*, que possuem interfaces atraentes e interativas (BORBA; LACERDA, 2015).

2.1 As Contribuições da Utilização dos *Softwares* Educacionais para a Aprendizagem de Matemática

As contribuições da utilização dos aplicativos móveis estendem-se também para “[...] compreender e produzir conteúdo em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática.” (BRASIL, 2018, p. 475). O uso dos *softwares* educacionais no ensino da Trigonometria na Circunferência também favorece ao estudante o desenvolvimento do pensamento trigonométrico, bem como a compreensão de padrões, o estabelecimento de conjecturas e a resolução de problemas. Assim,

O mais importante é que eles (os Apps) trazem a matemática para o dia a dia facilitando o desenvolvimento lógico do aluno, mostrando o desenvolvimento tecnológico unido à matemática de forma prática e palpável, objetivando um melhor letramento matemático. Tais ferramentas visam facilitar, resolver ou simplesmente entreter seus usuários, utilizando problemas de certa complexidade, desafiando-os em qualquer lugar diariamente. (ANDRADE, 2019, p. 43).

Além de despertar a atenção do estudante, promover o envolvimento e a participação nas aulas, os *apps* também proporcionam a dinamicidade de interação entre o indivíduo e o dispositivo, para o aprimoramento e a consolidação de saberes. Dentre os benefícios para a aprendizagem, pode-se destacar que os *softwares* também se constituem como inovações pedagógicas que facilitam o processo educativo, a autogestão, a autorregulação e a autonomia do estudante.

Quanto aos aspectos positivos e às contribuições que os *softwares* educacionais proporcionam para a formação integral do estudante, ressaltam-se as

[...] experiências de revisar, revisitar e utilizar a trigonometria por meio do programa de aplicativos móveis. No currículo, eles foram capazes de testemunhar e experimentar uma implementação no mundo real de seu conhecimento em trigonometria. Os aplicativos móveis criaram uma necessidade para os alunos aprimorarem e solidificar seu aprendizado de trigonometria porque a integração de seu conhecimento precisa ser preciso para que os aplicativos funcionem e servir como ferramentas de aprendizagem para seus colegas, o que mantém os alunos responsáveis e os motiva a se concentrar em suas tarefas. (HSU *et al.*, 2021, p. 10).

Nesse aspecto, percebe-se que o aluno sempre está aberto às novas metodologias de ensino e compreende que as abordagens devem ser diferentes, pois

não basta oferecer recursos se estes não forem facilitadores de aprendizagem. Portanto, para se compreender meandros da Circunferência Trigonométrica, surgem os aplicativos móveis relacionados a esse conteúdo, que rompem com a insistência do ensino tradicional baseado apenas em memorização de fórmulas e viabilizam o aprendizado (CONCEIÇÃO, 2015; FEIJÓ, 2018).

Também “[...] é importante (re)pensar práticas educacionais em busca de permitir e facilitar o acesso ao uso de aplicativos móveis, principalmente para estudantes em situação de vulnerabilidade socioeconômico-educacional.” (SOUSA; PEREIRA; PEREIRA, 2021, p. 13). Diante da ideia de inclusão do *mobile learning* no processo educacional, o uso de aplicativos móveis favorece o estabelecimento de conjecturas, generalização de padrões e o entendimento da geometria dinâmica.

Sob esse viés, “[...] é fundamental pensar também em políticas de inclusão dessas tecnologias na educação, tendo em vista a importância para o acesso a uma educação gratuita e de qualidade.” (SOUSA; PEREIRA; PEREIRA, 2021, p. 13). Por isso, para uma melhor compreensão sobre Circunferência Trigonométrica, é necessário representar elementos desse contexto visualmente por meio dos *apps* e contextualizar os conceitos trigonométricos para dar sentido à complexidade de abstração e, para isso, a escola deve assegurar que todos os estudantes estejam incluídos nesse processo.

Diante disso, dentre as contribuições proporcionadas pela utilização de aplicativos na prática pedagógica, por experiência própria, destaca-se a facilidade em chamar a atenção dos alunos de forma interativa e aprazível. Pode-se afirmar que é bem mais fácil na atualidade, com o uso do *software*, transformar um conteúdo considerado complexo e abstrato em um objeto do conhecimento mais simples de ser compreendido, pois, apenas com a utilização de quadro e pincel, poderia ser mais difícil alcançar as aprendizagens esperadas.

2.2 O Ensino de Trigonometria por meio de Aplicativos Móveis

Este tópico do trabalho apresenta uma revisão integrativa da literatura científica ⁴ que procura sistematizar os metadados da literatura acadêmica, proporcionando a análise de algumas pesquisas consideradas relevante para este

⁴ A pesquisa foi realizada na base de dados do Google Acadêmico, na data de 09 de abril de 2022.

estudo. Para o desenvolvimento deste trabalho, foram realizadas buscas sobre as pesquisas científicas na base de dados do *Google Acadêmico (Scholar)* que envolviam o uso de aplicativos móveis no ensino de Trigonometria.

Os termos de busca utilizados para a realização desta pesquisa foram: “Aplicativos Móveis” *AND* Trigonometria *AND* “Ensino de Matemática”. Os padrões de seleção dos trabalhos foram definidos conforme os critérios de inclusão e de exclusão para o desenvolvimento desta pesquisa. A pesquisa restringiu-se a período de 10 anos, especificamente entre os anos 2012 e 2022.

Foram selecionados somente artigos científicos em língua portuguesa e que possuíam conteúdo de relevância para este trabalho. O resultado da pesquisa gerou 48 estudos no total. Após os critérios de inclusão e de exclusão, a filtragem dos estudos científicos resultou em 14 artigos.

O Quadro 1, apresentado na sequência, apresenta os trabalhos que foram selecionados e que relacionam o uso de aplicativos móveis no ensino de Trigonometria. Neste quadro constam o título dos artigos selecionados, os autores, o ano de publicação, o objetivo de cada estudo analisado, a síntese da abordagem com uma breve explicação do conteúdo e os principais resultados dos estudos, delineados a seguir:

Quadro 1 – Artigos Científicos que Abordam o Uso dos Aplicativos Móveis no Ensino de Trigonometria

ARTIGO I – Objetos de Aprendizagem no Estudo de Tópicos de Matemática			
Autor (es)	Josué Antunes de Macêdo, Taíse Costa de Souza Nunes e Marcos Rincon Voelzke	Ano de Publicação	2015
Objetivo	A pesquisa teve como objetivo produzir <i>Applets</i> (animações) utilizando o <i>software GeoGebra</i> aplicado ao estudo de funções trigonométricas.		
Síntese	A escolha do <i>software</i> se deu por ser de fácil usabilidade, dispõe de interface agradável e por ser bem didático, permitindo desde a realização de um simples gráfico até construções complexas. A escolha do conteúdo de funções trigonométricas se deu devido à preocupação de muitos alunos em aprender o comportamento adequado que envolve essas Funções, pois, na prática, além dos cálculos realizados, exige dos alunos uma visão bidimensional para a construção dos gráficos e o <i>software GeoGebra</i> pode auxiliar na construção e visualização desses gráficos. Foi ministrado um curso com vinte horas de duração, referente ao conteúdo de Funções Trigonômicas, para vinte alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física, do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais. Houve, no decorrer do minicurso, proposta de atividades envolvendo teoria e prática por meio de exercícios, visualização e esboços de gráficos envolvendo as Funções Trigonômicas e realização de animações com o auxílio		

	do <i>software GeoGebra</i> . E, por fim, utilizou-se questionário como instrumento de coleta de dados.		
Principais Resultados	O tratamento do conteúdo de Funções Trigonométricas em aplicabilidade com o <i>software GeoGebra</i> proporcionou uma aprendizagem muito significativa para os cursistas, como: a facilidade em construir as figuras com o recurso do <i>software</i> , a opção de alterar os dados graficamente, sem perder as características da construção, a liberdade de fazer sucessivos testes tirando as próprias conclusões a partir das animações das figuras pela tela do computador e a vantagem de se utilizar recursos que envolvem as tecnologias digitais, pois o <i>software</i> é encontrado livre para <i>download</i> e é de fácil acesso a qualquer usuário. Diante dos diversos pontos positivos encontrados, pode-se dizer que o objetivo da pesquisa foi alcançado.		
ARTIGO II – Metodologia de Avaliação: Análise da Qualidade de Aplicativos Educacionais para a Matemática do Ensino Médio			
Autor(es)	Monielle Gomes da Silva e Silvia Cristina Freitas Batista	Ano de Publicação	2015
Objetivo	Esse trabalho teve como objetivo disponibilizar um recurso para auxiliar os professores na busca de aplicativos mais adequados para suas ações pedagógicas.		
Síntese	É de fundamental importância avaliar os diversos recursos como aplicativos para dispositivos móveis que vêm sendo desenvolvidos para a Matemática ao longo do tempo, para verificar quais, de fato, possuem as características adequadas. Nesse sentido, é muito importante que o professor de Matemática escolha um aplicativo mais apropriado que atenda a seus objetivos pedagógicos, para utilizá-lo como ferramenta auxiliar. O foco deste trabalho são os programas educacionais para Matemática desenvolvido para dispositivos móveis. Para esta pesquisa foram experimentados diversos aplicativos para dispositivos móveis. Além desses aplicativos, ainda foram utilizados outros trabalhos como base para a realização deste. Os aplicativos foram pesquisados e baixados na loja virtual <i>Google Play</i> e, como o sistema operacional dos tablets do Instituto Federal e o Android, os testes foram realizados e manipulados nesses <i>tablets</i> . Com isso, o trabalho visou identificar aspectos a serem incluídos na metodologia, comparando com os trabalhos correlatos já identificados e ampliar o conhecimento sobre aplicativos para Matemática.		
Principais Resultados	Por meio do estudo, podemos constatar que os aplicativos móveis podem facilitar a compreensão de conteúdo, auxiliando no processo ensino-aprendizagem, especificamente na área de Matemática. Observou-se, durante o estudo, que a seleção de um aplicativo pode não ser tarefa simples, dependendo do objetivo pedagógico do professor, apesar das diversas quantidades de recursos identificados numa busca. O que conta muito na hora de escolher um aplicativo é a avaliação de outros usuários disponíveis no <i>Google Play Store</i> , porém essa avaliação não substitui a avaliação pessoal do professor, pois os propósitos educacionais a serem alcançados devem ser considerados. Destaca-se que a metodologia pode ser adaptada para avaliação não só de aplicativos destinados ao Ensino Superior, como também para outros níveis de ensino, bastando somente alterar o bloco de Conteúdos Matemáticos.		
ARTIGO III – Uma Ferramenta de Apoio no Aprendizado em Trigonometria			
Autor(es)	Weldon Rafael Correia da Silva Souza e Valdick Barbosa de Sales Junior	Ano de Publicação	2016

Objetivo	A pesquisa tem como objetivo discutir os motivos relacionados à dificuldade que leva os alunos a não gostarem de Matemática e de demonstrar métodos de aprendizado utilizando aplicativos e <i>sites</i> como apoio.		
Síntese	Com o objetivo de apresentar um projeto de matemática, a fim de minimizar as causas que mais aparecem no âmbito acadêmico com relação às dificuldades dos alunos em compreender a Matemática, a falta de motivação tanto dos professores como dos alunos, o rigor, as experiências negativas envolvendo a Matemática, o não gostar da Matemática e até mesmo fatores mentais e psicológicos, criou-se a ferramenta <i>TMath</i>, que explora as equações de Trigonometria. Como soluções com o apoio de aplicações tecnológicas, os sites, aplicativos <i>mobile</i> e programas computacionais foram criados para auxiliar no aprendizado e melhorar a compreensão da matéria, tornando-a mais agradável e mais dinâmica. Voltado para as atividades lúdico-educativas, o protótipo desenvolvido pretende auxiliar no aprendizado de trigonometria. Na aplicação, pode-se escolher se quer ver os conteúdos ou praticá-los. Ele está dividido em 10 capítulos: Arcos e Ângulos, Funções Circulares, Relações Fundamentais, Redução do 1º Quadrante, Arcos Notáveis, Transformações, Equações, Inequações, Triângulos Retângulos e Triângulos Quaisquer. Cada capítulo contém exercícios específicos relacionados ao conteúdo do capítulo. Ao selecionar um capítulo, dá-se início aos exercícios, que são aleatórios. A cada exercício respondido é demonstrada a resolução antes de se passar para o próximo. Ao atingir a quantidade mínima ou máxima de respostas, a aplicação retorna para tela dos capítulos.		
Principais Resultados	A utilização de ferramentas como <i>sites</i> , <i>softwares</i> e aplicativos <i>mobile</i> na sala de aula vem desenvolvendo-se com bastante eficácia. Com o passar dos anos, esses recursos vêm tornando-se cada vez mais um grande aliado no aprendizado da Matemática e em outras áreas do conhecimento. Os alunos podem aprimorar seus conhecimentos a partir desses meios ou, simplesmente, utilizá-los como apoio no aprendizado, não ficando limitados apenas à sala de aula. Os recursos computacionais, além de diminuir a abstração no entendimento das funções, tornam o aprendizado mais interativo, prático e mais interessante para o aluno, e ainda melhora a compreensão, por não ficar limitado apenas ao papel.		
ARTIGO IV – Utilizando o <i>Software GeoGebra</i> como Ferramenta para o Ensino da Trigonometria			
Autor(es)	Rafael Diogo Weimer, Marli Terezinha Quartieri, Romildo Pereira da Cruz, Andréia Spessatto de Maman	Ano de Publicação	2017
Objetivo	Este trabalho tem por objetivo apresentar atividades utilizando o <i>software GeoGebra</i> desenvolvidas para um curso de formação continuada, além de analisar as implicações delas na prática pedagógica dos professores participantes.		
Síntese	Muitas vezes os professores não estão preparados para utilizar, em sala de aula, as ferramentas de informação e comunicação, mesmo elas já estando inseridas no ambiente escolar. A formação continuada é uma forma de orientar os docentes para a integração dos recursos tecnológicos na prática pedagógica. As atividades foram desenvolvidas para um curso de formação continuada para professores do Ensino Médio das áreas de Física e de Matemática, desenvolvido no Centro Universitário Univates. Contou com a participação de 20 professores de Matemática e/ou de Física da Educação Básica e ocorreu de agosto de 2015 a junho de 2016. Os docentes exploraram diferentes aplicativos matemáticos e físicos, além do <i>software</i> abordado nesta pesquisa, e realizaram as atividades elaboradas durante esse período. A metodologia usada no curso procurou problematizar atividades que os docentes pudessem desenvolver em sua prática		

	pedagógica. A construção de simulações foi a forma de fazer com que os participantes interagissem diretamente com o <i>software</i> , participando efetivamente na construção dos conceitos. Houve aplicação de questionários no início e no fim do curso. Após esse procedimento, realizou-se a análise dos depoimentos dos participantes do curso sobre suas percepções a respeito das atividades e qual foi a reação dos estudantes frente à utilização delas nas práticas pedagógicas dos professores participantes do curso de formação continuada.		
Principais Resultados	Os resultados apontam que o objetivo proposto com as atividades do curso foi alcançado, pois os professores se mostraram satisfeitos com a experiência e a utilização das ferramentas em sala de aula serviu como meio para melhorar a relação deles para com as tecnologias, além de ampliar o seu conhecimento pedagógico e o conhecimento do conteúdo trabalhado, mesmo tendo no início uma certa dificuldade em manusear o <i>software</i> . Eles relatam ainda que os alunos ficaram motivados e interessados pelas aulas, além de a prática ter possibilitado um ambiente propício para construção de conhecimento, mostrando o quanto o uso de atividades com o <i>software Geogebra</i> foi produtivo para os alunos com relação ao conteúdo ministrado. A formação continuada é uma forma de se obter novas práticas pedagógicas e fazer com que o uso dos recursos tecnológicos faça parte da prática pedagógica dos educadores. Mais ações de formação continuada como essa devem ser efetivadas, com o intuito de atingir mais professores, já que o uso das tecnologias para o fazer pedagógico tem grande contribuição para a construção de conhecimentos.		
ARTIGO V – Um Olhar Sobre o Ensino da Trigonometria em Aplicativos de Dispositivos Móveis para Alunos da 1ª Série do Ensino Médio			
Autor(es)	Rilner Moreira da Conceição	Ano de Publicação	2017
Objetivo	A pesquisa tem como objetivo colocar o estudante como centro do processo de ensino-aprendizagem e dar suporte ao professor.		
Síntese	A pesquisa foi realizada com uma amostragem de cinquenta alunos matriculados na 1º série do ensino médio dos turnos matutino e noturno da Escola Estadual Waldocke Fricke de Lyra, que está localizada na zona oeste de Manaus. Os aplicativos foram escolhidos dentre os gratuitos disponíveis com o tema Trigonometria, pois os estudantes apresentam diversas dificuldades nos assuntos derivados desse tema, como o ciclo trigonométrico, as funções trigonométricas seno, cosseno, tangente e a forma trigonométrica dos números complexos, devido à dificuldade de colocá-las em contextos diários, além da dificuldade que o professor tem de representá-las visualmente. Então, fez-se uma prévia análise a respeito dos objetivos no ensino da matemática, das possibilidades de manuseio e também da interação com os estudantes. A partir dessa prévia análise, alguns aplicativos, como G1 ENEM, EDU, GABARITANDO ENEM e CEMEAM, foram selecionados. Esses aplicativos são de fácil manuseio e permitem ao estudante, sempre de forma gratuita, realizar atividades e assistir a vídeos sobre os temas. Os estudantes testaram cada um deles nos <i>tablets</i> fornecidos pela Secretaria de Educação e também responderam ao questionário, atribuindo notas de 0 a 5 para os atributos de cada aplicativo. O aplicativo G1 ENEM foi analisado de forma diferente, devido a sua proposta singular de não “ensinar” os conteúdos, e sim de se assemelhar muito a um jogo, cuja primeira regra e ação é escolher um adversário. Apesar da boa proposta, o aplicativo <i>EDU.app</i> , apresentou falha de execução e parou de funcionar em todos os dispositivos móveis utilizados no experimento. Em contrapartida à proposta dos demais aplicativos, este se concentra em pôr em prática as habilidades do estudante no contexto do Enem. Então, os aplicativos CEMEAM e		

	GABARITANDO O ENEM foram os aplicativos que de fato foram analisados em questionários; os dois têm propostas parecidas com videoaulas temáticas, atividades e simulados.		
Principais Resultados	A maioria dos aplicativos experimentados foca seus objetivos na avaliação do Enem. Mesmo assim, a principal função desses aplicativos não é substituir o professor, e sim ajudá-lo na mediação no ensino-aprendizagem. Dessa forma, dentre os quatro selecionados para este trabalho, pode-se destacar o G1 ENEM, por sua singularidade na proposta de ensino divertido e desafiador. Os recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes na vida cotidiana consequentemente na educação, e, já há algum tempo, esses recursos tentam ser inseridos no cotidiano escolar para que o estudante possa melhorar seu entendimento, principalmente quando se trata da matemática. Nota-se que o aluno está aberto a essas tentativas e cada vez mais entende que as abordagens devem ser diferentes. Eles percebem que não basta oferecer tal recurso se este não for facilitador de aprendizagem. A trigonometria está dentro desse contexto e agora, com advento dos dispositivos móveis e a informação mais acessível aos estudantes, verificou-se que esses recursos podem facilitar o aprendizado.		
ARTIGO VI – A Trigonometria para o Ensino Fundamental e Médio com a Utilização das Tecnologias Digitais			
Autor(es)	Jonata Souza dos Santos e Agostinho Iaquan Ryokiti Homa	Ano de Publicação	2018
Objetivo	Este artigo tem como objetivo proporcionar situações que permitam a reflexão, formar conjecturas sobre as relações entre ângulos e segmentos e visualizar as transformações das funções de acordo com os seus coeficientes, por meio de uma sequência didática de atividades que podem ser exploradas no Ensino Fundamental, com a temática Trigonometria, e no Ensino Médio, com o conteúdo de Funções Trigonométricas, a partir da utilização das tecnologias digitais em sala de aula.		
Síntese	Com o intuito de possibilitar o desenvolvimento de atividades interativas que permitam situações para visualizar os conceitos de Funções Trigonométricas e para refletir a respeito deles, foi utilizado o <i>software</i> de Geometria Dinâmica <i>GeoGebra</i> , para desenvolver as atividades realizadas neste trabalho, pois, por meio desse <i>software</i> , as atividades interativas promovem a análise da representação gráfica do objeto matemático, como as construções das funções trigonométricas que são realizadas em uma janela de visualização separada do círculo trigonométrico, o que permite realizar comparativos visuais dos comportamentos dos aspectos gráficos das funções. Além disso, o uso de atividades com esse recurso possibilita um material de melhor qualidade, permitindo um planejamento de acordo com o exigido na escola contemporânea.		
Principais Resultados	O <i>software GeoGebra</i> permite explorar e visualizar os objetos matemáticos por ser um <i>software</i> interativo e auxilia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, quando inserido em uma sequência didática com objetivos claros e definidos quanto aos conceitos a serem construídos. Utilizar dentro da sala de aula as tecnologias digitais vai além de proporcionar aos estudantes instrumentos tecnológicos: requer do profissional da educação uma capacitação para desenvolver as atividades que auxiliam na aprendizagem da Matemática. As atividades devem se desenvolver em situações que favoreçam a construção sólida dos conhecimentos e em um ambiente apropriado, transformando a maneira de fazer e perceber as construções matemáticas. A utilização do <i>software GeoGebra</i> proporciona aos alunos uma melhor interpretação do que está sendo apresentado, levando, assim, à compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos, auxiliando, de forma geral, na visualização do conteúdo.		

ARTIGO VII – Utilização de Aplicativos Gratuitos para Atividade de Campo no Ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo			
Autor(es)	Thiago Beirigo Lopes e Edna Lopes Hardoim	Ano de Publicação	2018
Objetivo	Este artigo tem como objetivo verificar se a atividade de campo pode auxiliar no ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo ao se fazer medidas de alturas de difícil acesso.		
Síntese	É apresentada, neste artigo, uma atividade de campo no ensino de Matemática com o subsídio das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) como instrumentos utilizados durante seu desenvolvimento. A investigação ocorreu com uma turma do 2º Ano do Ensino Médio-Técnico em Agropecuária do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT), Campus Confresa, situado na cidade de Confresa, região Araguaia-Xingu do Estado de Mato Grosso, durante o primeiro bimestre do ano letivo de 2017 (15 de maio a 26 de junho de 2017). A turma foco desta pesquisa foi escolhida por ser a única turma de ensino médio em que o pesquisador atua; houve um total de 18 alunos participantes da pesquisa. Esse quantitativo propiciou o bom desenvolvimento das orientações das atividades, pois seria dificultoso se trabalhasse com um quantitativo muito superior a esse. Os parâmetros das atividades foram elaborados conjuntamente com os estudantes, que se dividiram em três grupos, realizando as atividades de modo extraclasse e tendo orientações por meio das TIC. As atividades foram planejadas em conjunto e, durante o processo de realização, houve a possibilidade de observar o desempenho dos estudantes, levando-se em consideração o modo como eles planejaram, escolheram instrumentos de auxílio e executaram as atividades, a interação que existiu entre os membros de cada grupo, as TIC, o professor e o ambiente no qual estão dispostos.		
Principais Resultados	A interatividade proporcionada pela atividade de campo subsidiada pela TIC contribuiu para que os estudantes articulassem melhor o pensamento matemático na busca da solução para a situação estabelecida, constituindo-se, assim, como um elo articulador entre a teoria matemática e a prática em sua realidade. Considera-se que as atividades realizadas possibilitaram aos estudantes vivenciar uma maior interação entre a teoria e a prática, conseguindo fazer uso de conceitos aprendidos em sala de aula em situações reais e em ambientes em que vivem e convivem, alcançando os objetivos almejados na elaboração desta pesquisa. Este estudo mostrou que as atividades de campo podem favorecer o ensino de matemática que habitualmente é realizado dentro da sala de aula, pois os estudantes sentiram-se integrantes do processo e motivados por terem transpassado o ambiente da própria sala de aula. É muito importante que professores aprimorem seus conhecimentos, suas práticas por meio das atividades realizadas e que compreendam que o ato de ensinar e o de aprender dos estudantes imersos nessa sociedade digital exigem abordagem com novas metodologias de ensino.		
ARTIGO VIII – A Construção de um Aplicativo no Microsoft Excel como ferramenta Mediadora do Ensino de Funções Trigonômicas na Unidade Escolar Professor Abelardo Pereira, em Brejo do Piauí			
Autor(es)	Ronildo Cavalcante da Silva e Egnilson Miranda de Moura	Ano de Publicação	2019
Objetivo	A pesquisa teve como objetivo geral investigar as contribuições da construção do aplicativo <i>E-Trigonoplan</i> para o ensino-aprendizagem de funções trigonométricas pelos alunos da 2ª série do Ensino Médio. Os objetivos específicos foram: verificar		

	os conhecimentos dos estudantes em relação às funções trigonométricas; construir, juntamente com os alunos, a planilha-aplicativo para ensino e aprendizagem de funções trigonométricas; verificar os aspectos que contribuem e as dificuldades encontradas na construção da planilha-aplicativo na aprendizagem de funções trigonométricas pelos estudantes.		
Síntese	A pesquisa possui uma amostragem de 12 alunos do período noturno, escolhidos aleatoriamente, a partir de uma população de 37 discentes matriculados, sem maiores critérios para a seleção, apenas que fossem alunos da 2º série do Ensino Médio da escola Professor Abelardo Pereira, localizada no município de Brejo do Piauí-PI. Ao fim da pesquisa, realizou-se um teste (prova escrita) com os 37 discentes da turma de 2ª série do Ensino Médio com o intuito de avaliar o conhecimento dos alunos a respeito dos conceitos de funções trigonométricas abordado durante a realização da pesquisa, cujas respostas foram analisadas em nível de qualidade e de quantidade. Já o grau de satisfação a respeito do método de estudo utilizado foi aferido por um questionário, aplicado junto aos alunos e ao professor titular da turma, cujas respostas foram devidamente analisadas e categorizadas. A pesquisa foi motivada pela busca incessante por técnicas e mecanismos que intensifiquem a relação ensino-aprendizagem, especificamente a busca por uma nova alternativa que possibilitasse o ensino-aprendizagem do conteúdo de Funções Trigonômétricas.		
Principais Resultados	A aprendizagem por meio da pesquisa obteve os seguintes pontos positivos: motivação, interesse, empenho e, conseqüentemente, melhor desempenho na prova escrita. Por outro lado, obteve os seguintes pontos negativos: dificuldade, por parte dos alunos em manusear o <i>software</i> ; trabalhar com números irracionais ou na forma fracionária, visto que o <i>software</i> utiliza apenas a representação decimal e valores aproximados e, quando há muitas casas decimais, faz um truncamento para exibir o resultado. O mundo virtual, com seus recursos cada vez mais sofisticados, é um grande auxiliar no processo ensino-aprendizagem de matemática, já que ficou constatado que os estudantes que participaram na construção do aplicativo alcançaram melhor desempenho na prova escrita. A experiência utilizando o computador foi bem-sucedida, por isso se faz necessário o desenvolvimento de projetos que permitam realizar no celular o mesmo que foi realizado no computador, com o intuito de atingir um número maior de estudantes, pois a grande maioria deles possui esse aparelho e o utiliza com grande habilidade. Portanto, a utilização da tecnologia a favor da aprendizagem é um recurso valioso que pode e deve ser explorado pelos professores, motivando o aluno a ter mais vontade de aprender e contribuindo para que essa aprendizagem seja realmente significativa. Nessa perspectiva, abrir espaço para as novas tecnologias no ambiente escolar não significa renegar as velhas práticas, mas rever seus pontos falhos e tentar suprimi-los a partir de ferramentas que demonstrem potencial para tal ação, colaborando para o crescimento da qualidade do ensino.		
ARTIGO IX – O Uso de Aplicativos Móveis para o Ensino e Aprendizagem de Matemática em Turmas do Ensino Médio e Superior de Matemática			
Autor(es)	Robson Santos de Andrade	Ano de Publicação	2019
Objetivo	Este artigo tem como objetivo apresentar alguns aplicativos, com ênfase no conteúdo de Ensino médio e Superior e como podem ser incorporados tanto em sala de aula como no lar, com o intuito de facilitar o aprendizado matemático.		
Síntese	Diversas ferramentas estão sendo desenvolvidas com a facilidade do desenvolvimento de aplicativos móveis e podem ser adaptadas para o ensino da		

	matemática. Porém, para identificar suas vantagens e desvantagens, é necessária antes uma avaliação dessas ferramentas. Também é necessário discutir a relação e a importância do papel do professor na utilização ou não dessas ferramentas tecnológicas em sala de aula e seu papel fundamental no desenvolvimento do estudante para um futuro cada vez mais tecnológico e de soluções rápidas e de fácil acesso, portanto a decisão de abraçar essas ferramentas tecnológicas pode impactar o ensino-aprendizagem do aluno não só na sala de aula, mas também em casa, nas suas horas de lazer. O artigo apresenta algumas avaliações e metodologias de aplicativos móveis para a utilização dessas ferramentas para os conteúdos de Ensino Médio e Superior e a forma como eles podem ser incorporados tanto dentro, quanto fora da sala de aula. Para o desenvolvimento do estudo, utilizou-se uma análise de pesquisa bibliográfica e para a avaliação dos Apps utilizou-se o LORI (Learning Object Review Instrument), que delimita parâmetros de avaliação de objetos, contemplando diversos aplicativos, tendo como base os conteúdos analisados.		
Principais Resultados	Por meio desta pesquisa, foi possível chegar à conclusão de que o mercado ainda não apresenta um aplicativo que consiga obter êxito total no objetivo de ensinar a matemática, sem a necessidade de um professor para guiar o estudante pelo conteúdo, seja de ensino fundamental, médio, seja superior, pois todos os apps testados apresentaram somente duas funções: específicas ou híbridas, com duas ou mais funcionalidades. Porém, como ferramentas, os apps cumprem bem o seu papel, podendo ser implementadas como ferramentas auxiliares para facilitar e motivar o aprendizado da matemática de forma mais lúdica e inclusiva no dia a dia, ou para o entretenimento. Foi possível encontrar, por meio da pesquisa, apps com utilidades incríveis que podem potencializar o aprendizado no ambiente escolar ou domiciliar, mas que, para um melhor aproveitamento, é necessária, acima de tudo, a orientação e supervisão de um educador, para que a oportunidade seja ampliada, direcionada e motivada, objetivando a educação matemática.		
ARTIGO X – O Uso de Aplicativos no Ensino da Matemática: o que Pensam os Alunos do Ensino Fundamental Anos Finais			
Autor(es)	Terezinha Marisa de Ribeiro Oliveira e Carmem Lúcia Costa Amaral	Ano de Publicação	2019
Objetivo	Verificar o que os alunos pensam sobre o uso de aplicativos nas aulas de Matemática.		
Síntese	A pesquisa foi realizada com o intuito de responder à seguinte questão: na visão dos alunos, o que eles pensam sobre o uso de aplicativos móveis em sala de aula. A pesquisa foi realizada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II, em uma escola pública de São Paulo, com um total de 29 alunos participantes. Foram utilizados os seguintes aplicativos: o <i>Socrative</i> , com o objetivo de resolver questões de Matemática da Prova Brasil de 2017; o <i>Lensoo Create</i> , para a resolver questões da avaliação de aprendizagem em processo (17ª edição); o <i>WhatsApp</i> , para esclarecimento de dúvidas em período diferente do horário de aula; o “Criador de Painel em Quadrinhos”, para os alunos construírem histórias em quadrinho como uma estratégia para a revisão de conteúdos de radiação, trigonometria, polinômios e semelhança de triângulo, e o <i>Stripcreator</i> , para que fossem construídas tirinhas que envolvessem esses mesmos conteúdos.		

Principais Resultados	Os alunos responderam à seguinte questão após a aplicação: Como você avalia a utilização desses aplicativos nas aulas de Matemática? Duas categorias foram encontradas como resultados, interpretadas a partir das respostas dos alunos: tecnologia para envolver e ser envolvido e mudança da prática pedagógica do professor. Na primeira, percebeu-se que os alunos preferiram a utilização dos aplicativos nas aulas de Matemática, já que eles se sentiram estimulados a aprender, sendo também uma forma de o professor diversificar suas aulas, fazendo com que os alunos desenvolvam um maior interesse pelo aprendizado dos conteúdos ministrados. Na segunda, observou-se a exigência de uma mudança na prática educativa do professor, já que os alunos revelaram estar cansados de aulas repetitivas. A interpretação do que os alunos pensam por meio de suas falas, com relação ao uso das tecnologias móveis com seus aplicativos, mostrou que, para esses alunos, o professor de Matemática deveria utilizar essas ferramentas para os auxiliarem a manter a atenção, o compromisso e a motivação para estudar, como forma de substituição das atividades cansativas.		
ARTIGO XI – Utilização do Aplicativo <i>Plickers</i> no Ensino da Matemática			
Autor(es)	Fábio Henrique Marinho Cabral	Ano de Publicação	2020
Objetivo	Verificar quais as contribuições do uso do aplicativo <i>Plickers</i> para o ensino-aprendizagem de Matemática.		
Síntese	Trata-se de um relato de experiência realizado em uma turma do 2º ano de ensino médio no Instituto Federal do Pará, campus Belém, com um total de 28 alunos participantes. Foi proposto um teste avaliativo (utilizando o aplicativo <i>Plickers</i>) composto por cinco questões envolvendo o conteúdo de trigonometria, para que os estudantes as resolvessem de forma individual, com a finalidade de diagnosticar as principais dificuldades dos alunos. Ao finalizar o teste, o professor verificou o relatório e as estatísticas com os percentuais de acerto e já informou as notas individuais de cada aluno. A pesquisa envolve a necessidade de acompanhamento do professor para o desempenho dos estudantes e melhoria da aprendizagem destes, por meio do desenvolvimento dos conteúdos para a qualidade da avaliação.		
Principais Resultados	O aplicativo <i>Plickers</i> é um ótimo instrumento para a melhoria do ensino e aprendizagem. A utilização dele facilita o diagnóstico das principais dificuldades apresentadas pelos alunos a respeito dos conteúdos ministrados em sala de aula; proporciona a realização de uma prova menos tensa, como é de costume no ensino tradicional; otimiza o tempo do professor na correção das provas e aumenta a motivação dos estudantes.		
ARTIGO XII – Proposta Investigativa para o Estudo das Relações Trigonométricas Utilizando o Software GeoGebra			
Autor(es)	Miquéias Rodrigues Barbosa, Kézia Cristiane de Mendonça Pereira, Luciano Xavier Gomes da Nóbrega e Ricardo Antônio Faustino da Silva Braz	Ano de Publicação	2021
Objetivo	O objetivo do presente trabalho foi testar e verificar a eficiência do uso das chamadas tecnologias digitais como recursos didáticos auxiliares no ensino da matemática durante a realização de uma aula inédita.		

Síntese	Neste artigo, foram analisados os resultados oriundos de uma aula inédita, em que foi utilizado o <i>software GeoGebra</i> como recurso tecnológico e cuja utilização teve o propósito de auxiliar na construção de conceitos matemáticos. A pesquisa foi realizada com uma turma do 2º ano em que ocorreu a aula inédita base deste estudo. A pesquisa teve um total de 24 alunos participantes e ocorreu na Escola Estadual Professora Josefa Sampaio, localizada no município de Natal/RN. A aula inédita foi desenvolvida a partir de uma sequência didática investigativa. Os assuntos abordados nessa aula foram relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente. Esse tema se apresenta como conteúdo matemático bastante útil na resolução de problemas do cotidiano e no exercício de algumas atividades profissionais. A escolha pelo <i>software GeoGebra</i> se deu pelo fato de que ele permite construções precisas e adequadas ao conteúdo de trigonometria. Os dados observados indicam melhoria na participação dos estudantes nas atividades desenvolvidas, justificando, assim, o uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática.		
Principais Resultados	O recurso utilizado nessa pesquisa foi o <i>software GeoGebra</i> , que trabalha, de forma dinâmica, os conceitos da geometria e da álgebra. De acordo com as notas atribuídas pelos alunos, observou-se que as atividades desenvolvidas utilizando o <i>GeoGebra</i> como recurso didático foram consideradas exitosas. Foi possível observar, durante a aplicação da referida aula, que a eficácia do uso desse recurso foi além das expectativas. Os estudantes teceram comentários e elogios acerca do uso do <i>software GeoGebra</i> em sala de aula; os alunos mostraram interesse e participaram nas aulas e na realização das atividades. Com base nesses resultados, concluiu-se que o uso de tecnologias digitais pode ser um forte aliado para dinamizar e tornar mais atraente o ensino-aprendizagem, de modo que os estudantes se sintam partícipes desse processo.		
ARTIGO XIII – Sobre as Variações de Parâmetros das Funções Trigonométricas			
Autor(es)	Luisi Emanuely Silveira do Nascimento e Carmen Vieira Mathias	Ano de Publicação	2021
Objetivo	Este artigo tem como objetivo realizar uma releitura de algumas atividades presentes na referida pesquisa, utilizando, para resolvê-las, o <i>software GeoGebra</i> .		
Síntese	A evolução tecnológica é um fato em todas as áreas do conhecimento, e isso se estende aos <i>softwares</i> utilizados para aprender e ensinar Matemática. Em meados de 2007, foi produzido um trabalho que propôs atividades sobre funções trigonométricas que deveriam ser resolvidas usando o <i>software Winplot</i> . Assim, este artigo objetiva realizar uma releitura de algumas atividades presentes na referida pesquisa, utilizando, para resolvê-las, o <i>software GeoGebra</i> . Este artigo teve como objetivo realizar uma releitura de algumas atividades presentes em Berleze (2017), trazendo-as para os dias atuais, com a substituição do <i>software Winplot</i> pelo <i>GeoGebra</i> . O intuito da pesquisa não foi realizar um comparativo entre os <i>softwares</i> utilizados, mas resolver as atividades empregando um SMD em vez de um <i>software</i> de plotagem de gráficos. O trabalho foi aplicado em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, com um total de 14 alunos participantes. A experimentação da autora em questão ocorreu no turno inverso às aulas, em períodos de 4 horas-aula semanais, durante 7 semanas, totalizando 7 encontros. Ademais, os alunos já possuíam conhecimento sobre funções e seus gráficos, sabendo construí-los com lápis e papel.		
Principais Resultados	Observou-se que o <i>Winplot</i> não é um <i>software</i> obsoleto, longe disso. Ele continua firme no propósito ao qual se destina. Desse modo, foi possível verificar que as atividades investigativas com o uso de SMD continuam com potencial de elevar a autonomia dos estudantes, desta vez utilizando o <i>GeoGebra</i> . Foi possível		

	constatar que, nas primeiras atividades, os estudantes tinham dúvidas e inseguranças ao trabalhar com o <i>software</i> , solicitando, frequentemente, a ajuda da pesquisadora para confirmação das soluções encontradas. Porém, conforme as atividades aconteciam, os estudantes apresentaram uma autonomia maior, tornando-se independentes ao utilizar o <i>software</i> . Percebeu-se que existe uma necessidade de pensar as atividades de forma a tornar o aluno autônomo, e espera-se apresentar aos professores uma possibilidade de realizar atividades utilizando um <i>software</i> acessível a todos.		
ARTIGO XIV – Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico: Uma Experiência no Ensino Técnico			
Autor(es)	Dayane Trindade de Sousa, Antônia Lília Soares Pereira e Fábio Soares Pereira	Ano de Publicação	2021
Objetivo	Esta pesquisa tem como objetivo compreender como o uso do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico pode contribuir com o ensino-aprendizagem da Trigonometria.		
Síntese	A pesquisa foi realizada com base em uma experiência didática no programa de graduação denominado “Residência Pedagógica”, no qual foi desenvolvido o projeto de ensino “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”, proposto por uma professora em formação inicial e uma professora formadora. A ação didática ocorreu no ensino remoto, com o auxílio das plataformas digitais, entre os dias 15 e 30 de março de 2021, a partir de um estudo de caso, com uso do referido aplicativo, com o intuito de mobilizar os estudantes das turmas de 2º ano dos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO) a compreender os conceitos de circunferência trigonométrica por meio do aplicativo móvel Círculo Unitário Trigonométrico, durante as aulas de Matemática, com um total de 80 alunos participantes. Esta pesquisa, de cunho qualitativo, ancorou-se nas orientações da Base Nacional Comum Curricular e em um aporte teórico que reflete sobre tecnologias educacionais. Ao fim, foi apresentado aos alunos um questionário contendo três questões objetivas, que estabeleciam relações com o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico e imagens da interface gráfica do <i>software</i> para análise e interpretação em cada questão.		
Principais Resultados	A sustentação do projeto se deu pela busca de construir uma dinâmica diversificada de conceitos sobre Trigonometria e de desenvolver uma reflexão crítica nos estudantes acerca das definições e exemplificações apresentadas, bem como sobre o contexto da resolução de questões com o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico. A utilização do <i>software</i> para a construção dos conhecimentos foi bastante significativa, principalmente pelos resultados obtidos nas atividades realizadas durante a execução do projeto, situação em que se utilizaram para a avaliação da aprendizagem dos alunos, quanto ao conteúdo sobre Circunferência Trigonométrica, questionários na plataforma <i>on-line Kahoot!</i> ⁵ . A partir da análise dos dados obtidos, percebeu-se que o uso dessa ferramenta didática contribui consideravelmente para a facilidade de compreensão e desempenho do estudo da circunferência trigonométrica, pois os resultados do uso do aplicativo foram considerados positivos, satisfatórios, no que se refere à aprendizagem da Trigonometria.		

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

⁵ “O *Kahoot!* é uma plataforma *on-line*, que trabalha com questionários de múltipla escolha, que podem ser criados diretamente pelo professor, ou podem ser reutilizados.” (CARNEIRO, 2020, p. 33).

Conforme os dados elencados no Quadro 1, apresentado anteriormente, percebe-se que o uso de *softwares* educacionais pode auxiliar o processo educacional por meio de uma aprendizagem ubíqua, além de aprimorar os conceitos para o desenvolvimento do pensamento trigonométrico, explorar as habilidades, permitir a autonomia, favorecer o protagonismo do estudante e propiciar o uso de dispositivos móveis para que os alunos se apropriem do conhecimento.

Diante da transformação digital na educação, considera-se de fundamental importância “[...] a capacitação ou formação continuada dos professores quanto ao uso das novas tecnologias digitais de informação e comunicação, para que possam proporcionar aos estudantes aulas com recursos didáticos diferenciados e atrativos.” (SOUSA; PEREIRA; PEREIRA, 2021, p. 10).

Nesse processo, a prática pedagógica possibilita a inovação para o ensino e para uma aprendizagem significativa. Os métodos didáticos diferenciados com o uso dos *apps* influenciam, inclusive, quanto ao engajamento e à motivação para aprender. Dessa forma, o professor precisa compreender a relevância de uma mudança de paradigmas na sala de aula, a fim de minimizar a relutância e a aversão à Matemática.

Nessa perspectiva, o uso dos aplicativos móveis como metodologia de ensino de Matemática pode proporcionar, de acordo com o ambiente, a contribuição para a formação integral dos estudantes, permitindo o equilíbrio entre processo de ensino-aprendizagem e a evolução tecnológica (PINHEIRO; SERUFFO; PIRES, 2012; OLIVEIRA; AMARAL, 2019).

Diante disso, entende-se que a utilização dos *softwares* educacionais como ferramentas auxiliares no ensino-aprendizagem de Matemática torna-se um recurso valioso que pode promover diversas contribuições para o aperfeiçoamento de conhecimentos e práticas pedagógicas por parte dos professores, como, sobretudo, uma melhor compreensão dos conceitos abstratos e um ensino mais eficaz com aulas inovadoras e diversificadas, com um planejamento diferenciado, despertando, assim, a curiosidade dos alunos (MACÊDO; ALMEIDA; VOELZKE, 2016; WEIMER *et al.*, 2017; LOPES; HARDOIM, 2018).

Conforme as metodologias utilizadas em suas pesquisas, alguns autores conquistaram transformações positivas na sala de aula. Silva e Moura (2019) declararam que o grupo de alunos que participou da proposta estabelecida mostrou um melhor desempenho, um melhor rendimento e uma melhor absorção a respeito dos conteúdos ministrados do que os alunos que não participaram. Além disso, Sousa,

Pereira e Pereira (2021) afirmaram que os alunos consideraram muito prática a ferramenta tecnológica utilizada como recurso auxiliar, tornando o conteúdo ministrado de fácil compreensão.

Por mais que os estudantes se sintam apreensivos e apresentem dificuldades quanto ao uso dos aplicativos móveis, à medida que desenvolvem as atividades, eles mostram uma autonomia e independência quanto à utilização desses recursos (PREBIANCA *et al.*, 2013). Portanto, por meio de métodos investigativos, com sequências didáticas adequadas e planejadas para o uso de *softwares* matemáticos, com foco no delineamento dos objetos de conhecimento, potencializa-se o aprendizado para a promoção de uma educação de qualidade.

Como continuidade deste estudo, a seguir, apresenta-se a metodologia da pesquisa, quanto a sua abordagem, quanto a sua natureza e quanto aos seus objetivos.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

O presente trabalho configura-se como um relato de experiência, que tem a finalidade de descrever detalhadamente a minha experiência pedagógica vivenciada durante a execução do projeto de ensino “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”, que foi atribuído e aplicado em quatro turmas de 2º ano do Ensino Médio Integrado aos Cursos Técnicos de Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica do IFTO, *campus* Palmas.

A abordagem dessa pesquisa é qualitativa, modalidade cuja finalidade é registrar e analisar indutivamente os aspectos subjetivos de fenômenos sociais e do comportamento humano em seu ambiente natural, com o intuito de encontrar explicações detalhadas para essas relações por meio de dados narrativos e não numéricos, sendo os principais focos dessa abordagem o processo e o seu significado (PRODANOV; FREITAS, 2013; YIN, 2016).

Quanto aos objetivos, a pesquisa é exploratória de cunho analítico-descritivo. Exploratória porque faz um levantamento bibliográfico, utilizando outros autores, outras fontes, com o intuito de se familiarizar e obter uma melhor compreensão do tema a ser abordado, para uma melhor explanação crítica e científica sobre ele (PRODANOV; FREITAS, 2013; YIN, 2016).

A pesquisa possui um viés analítico, pois, por meio de um estudo e uma avaliação das informações disponíveis, procura compreender uma situação ou um fenômeno, na tentativa de explicar o seu contexto. A pesquisa também possui objetivo descritivo, porque foram registradas e descritas detalhadamente as características da experiência de um estudo realizado, que envolve o uso de técnicas padronizadas, sem manipular os resultados ou interferir neles (PRODANOV; FREITAS, 2013).

No próximo tópico, aborda-se a metodologia da proposta educacional do projeto “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”. A execução do projeto foi voltada para o uso do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico como ferramenta educacional para o ensino dos conceitos básicos de Circunferência Trigonométrica nas aulas de Matemática.

4 O PROJETO DE ENSINO “APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO”

O projeto “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico” foi ministrado pela acadêmica da Licenciatura em Matemática Dayane Trindade de Sousa e acompanhado e supervisionado pela professora regente das turmas Antônia Lília Soares Pereira, durante a vigência do programa Residência Pedagógica. O projeto ocorreu entre os dias 15 e 30 de março de 2021 (conforme o Anexo A) e contemplou 80 estudantes de quatro turmas de 2º ano do Ensino Médio Integrado aos Cursos Técnicos de Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO), no *campus* Palmas.

As aulas do projeto foram ministradas na modalidade remota, em decorrência da pandemia de Covid-19, e foram realizadas com o auxílio da plataforma *Google Meet* para os encontros síncronos. As ferramentas *Google Drive* e *Youtube* foram utilizadas para o armazenamento das videoaulas gravadas, as atividades, os encontros assíncronos, bem como os *links* das videoaulas foram postados no *Google Classroom*. No grupo de *WhatsApp*, foram repassadas as informações sobre as aulas e foram feitas postagens de *links* e materiais. Já para as atividades avaliativas, foram utilizados os *apps Google Forms* e o *Kahoot!*.

4.1 O Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico

A escolha do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico se deu pelo fato de que esse *app* permite a visualização, de forma interativa, das representações gráficas das funções trigonométricas, a conversão de graus e radianos, a organização de tabelas, entre outros, podendo, assim, ser utilizado como uma ferramenta didática, uma vez que contribui com o estudo da circunferência trigonométrica e com a facilidade de compreensão. Tal aplicativo pode ser facilmente instalado em *smartphones*, por meio do serviço de distribuição digital de aplicativos *Google Play Store*.

O Quadro 2, a seguir, apresenta as funcionalidades do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico, o público-alvo, o objetivo, os conteúdos e os comandos:

Quadro 2 – Apresentação do app Círculo Unitário Trigonométrico

Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico	
	Público-alvo
	Recomendado para alunos que estudam no Ensino Médio ou que já concluíram a Educação Básica.
	Objetivo do app
	Possibilitar a compreensão visual e calcular seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante, função, graus e radianos.
	Conteúdos e funcionalidades
	Fórmulas e identidades trigonométricas: simetria, turnos, periodicidade, identidades básicas, soma e diferença dos ângulos, duplo ângulo, ângulo triplo, semiângulo, funções de soma e diferença, multiplicação de funções, abaixamento da fórmula grau, derivadas e integrais.
	Comandos
	Mover ponto para definir o ângulo e as funções. Tocar centro do círculo para determinar o ângulo exato. Usar as opções para mostrar os itens desejados.

Fonte: Da web (2022).

Conforme o Quadro 2, acima, percebe-se que, por meio dos comandos que o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico apresenta, ocorre uma interação direta com o usuário. Os botões de gerenciamento das funções do *app* permitem que os conceitos de circunferência trigonométrica sejam estudados de uma forma mais detalhada.

A tecnologia *touch screen* presente nos dispositivos móveis possibilita o comando intuitivo e uma compreensão dinamizada por meio da manipulação e da visualização do *layout* do aplicativo, que possui, dentre muitas funcionalidades, a demonstração de gráficos de funções trigonométricas, fórmulas matemáticas, dicas, definições e tabelas de ângulos.

4.2 O Plano Pedagógico do Projeto

Primeiramente, para o desenvolvimento das aulas de matemática, foi feito o planejamento do projeto de ensino “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico”. Nesse plano, foram descritos o tema das aulas, o objetivo, o objeto do conhecimento, as competências, as habilidades, os recursos didáticos, a avaliação, a frequência e a quantidade de aulas. A seguir, apresentamos, no Quadro 3, o plano pedagógico do projeto:

Quadro 3 – Plano Pedagógico do Projeto

Tema	Trigonometria
Objetivo	Apresentar aos alunos os conceitos básicos de circunferência trigonométrica com o auxílio do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico, com o intuito de fazer com que os alunos tenham uma melhor compreensão desse conteúdo.
Objeto do conhecimento	- Circunferência Trigonométrica; - Conceitos trigonométricos básicos; - Arcos e ângulos; - Circunferência orientada e circunferência trigonométrica; - Sinais e representação do seno, do cosseno e da tangente.
Competência(s) (BRASIL, 2018)	Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Habilidade(s) (BRASIL, 2018)	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de <i>softwares</i> de geometria dinâmica. (EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
Recursos Didáticos	- <i>Notebook</i>; - Livro didático; - Computador; - <i>App</i> Círculo Unitário Trigonométrico; - <i>Smartphone</i>; - <i>Tablet</i>; - Caneta <i>Touch Screen</i>; - Plataforma <i>Google Meet</i>; - <i>You Tube</i>; - Plataforma <i>Google Classroom</i>.
Avaliação	A avaliação referente ao projeto foi realizada por meio de um formulário disponibilizado no <i>Google Classroom</i> e de uma atividade apresentada no jogo didático <i>Kahoot!</i> . Também foram avaliadas as participações dos alunos desde as observações nas aulas, interação até o desenvolvimento das propostas e das atividades, respeitando o limite de aprendizagem, de acesso à internet e personalidade de cada estudante.
Frequência	A frequência dos alunos foi computada a partir da participação dos estudantes nas aulas síncronas e assíncronas, de acordo com as atividades realizadas.
Quantidade de Aulas	6 aulas, 50 minutos cada aula, divididas em 4 aulas síncronas e 2 aulas assíncronas.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O plano pedagógico do projeto, descrito no Quadro 3, consistiu na organização das aulas que seriam ministradas para a aprendizagem acerca do conteúdo de Circunferência Trigonométrica. Esse planejamento facilitou a metodologia de ensino, encaminhando a prática para um resultado favorável no processo educacional. No Quadro 4, a seguir, apresenta-se o cronograma das aulas e das atividades realizadas durante a execução do projeto de ensino:

Quadro 4 – Cronograma das aulas

Cronograma das atividades realizadas durante a execução do projeto		
Aula 01	15 de março Aulas síncrona e assíncrona	➤ Apresentação dos conceitos básicos abordados na Circunferência Trigonométrica; ➤ Construção dos conceitos de arcos e ângulos; ➤ Resignificação do aprendizado por meio da interação do conteúdo desenvolvido e do aplicativo digital (Círculo Unitário Trigonométrico).
Aula 02	16 de março Aulas síncrona e assíncrona	➤ Demonstração da conversão de graus para π radianos e de π radianos para graus; ➤ Definição e aplicação dos conceitos de secante, cossecante e cotangente; ➤ <i>Feedback</i> do conteúdo utilizando o aplicativo (Círculo Unitário Trigonométrico) para a visualização dinâmica do conteúdo.
Aula 03	22 de março Aulas síncrona e assíncrona	➤ Demonstração dos valores notáveis do seno, do cosseno e da tangente, dos ângulos notáveis por meio do aplicativo; ➤ Apresentação do ciclo trigonométrico, a resolução e a organização dos outros ângulos dos quadrantes subsequentes para reduzir os ângulos ao 1º quadrante utilizando o aplicativo para o estudo; ➤ Explicação dos valores notáveis da tangente.
Aula 04	23 de março Aulas síncrona e assíncrona	➤ Definição de arcos congruos e da primeira determinação positiva e realização da análise dos resultados por meio do aplicativo; ➤ Jogo didático: <i>Kahoot!</i>, utilizado para a avaliação da aprendizagem dos estudantes de forma lúdica.
Aula 05	29 de março Aulas síncrona e assíncrona	➤ O aplicativo (Círculo Unitário Trigonométrico) é utilizado para explicar as relações trigonométricas, facilitando uma melhor situação do ciclo trigonométrico como ferramenta auxiliar na resolução de atividades; ➤ Atividade de avaliação da aprendizagem no <i>Google Forms</i>.
Aula 06	30 de março Aulas síncrona e assíncrona	➤ Desenvolvimento dos conceitos de razão e relação das funções, tangente, secante, cossecante e cotangente, suas fórmulas e aplicações utilizando o aplicativo para compreender essas relações; ➤ Relatos de experiências dos estudantes sobre as aulas do projeto.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

4.3 Primeiro Encontro

O primeiro encontro referente às aulas do projeto foi ministrado de forma síncrona pela plataforma *Google Meet* e aconteceu no dia 15 de março de 2021. Nesse encontro foram ministradas 2 aulas de 50 minutos. Fizemos a apresentação dos membros do grupo e do planejamento das aulas para a realização do projeto.

Iniciamos a explicação do conteúdo a partir do capítulo 2, intitulado “Conceitos Básicos Trigonométricos”, localizado na página 24 do livro didático de matemática utilizado pelos estudantes *Matemática: Contexto & Aplicações*, do autor Luiz Roberto Dante (2016). O livro didático foi disponibilizado aos estudantes em pdf (Formato Portátil de Documento) pela professora regente da turma no mural do *Google Classroom* e o livro físico foi entregue aos estudantes pela Coordenação da Educação Básica do Campus.

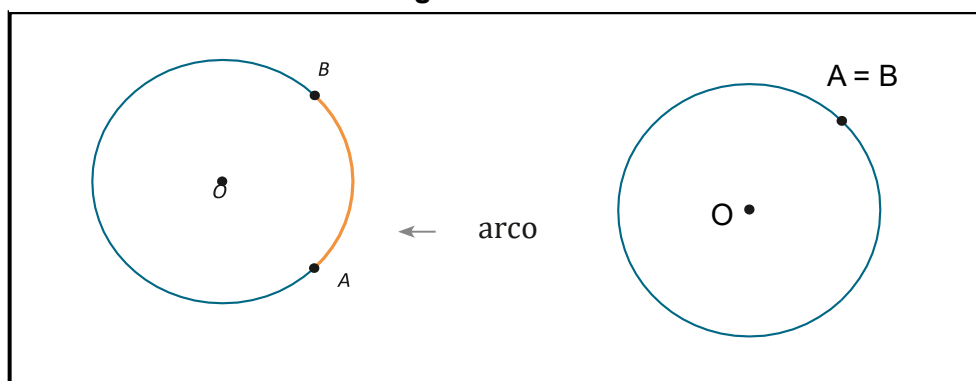
Nessa aula, trabalhamos os conceitos das medidas de arcos em graus e em radianos, a compreensão da relação entre o comprimento de um arco e suas diferentes formas de representação, a circunferência trigonométrica, os conceitos de seno, cosseno e tangente sob a abordagem dos arcos trigonométricos e nas relações trigonométricas. No fim da aula do projeto, após as explanações acerca dos conceitos trigonométricos, foram abordadas as finalidades e demonstrações de utilização do *app* Círculo Unitário Trigonométrico.

4.3.1 Conceitos Trigonométricos Básicos

Nesse tópico foi realizado um estudo sobre a circunferência trigonométrica e seus elementos, bem como acerca dos conceitos trigonométricos básicos em uma circunferência, conforme delineamos a seguir:

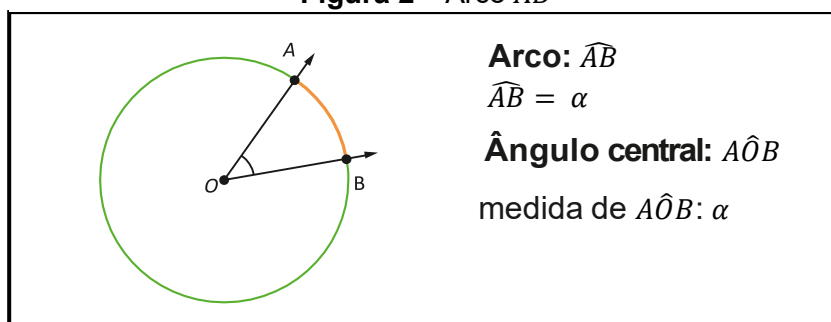
1. Arcos e Ângulos

- Arco geométrico: É uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, incluindo-os. Se os dois pontos coincidirem, teremos arco nulo ou arco de uma volta, conforme mostra a Figura 1, a seguir:

Figura 1 – Arcos

Fonte: Dante (2016, p. 24).

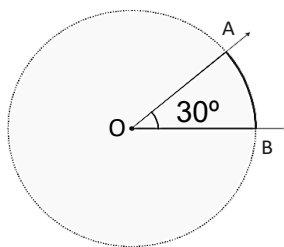
- Medida angular e comprimento de um arco: Considere um ponto A sobre uma circunferência de raio r e centro O . Deslocando-se o ponto A sobre a circunferência, ele percorre uma distância, ao mesmo tempo em que gira um ângulo α em torno do centro O . Esse movimento do ponto A descreve um arco de circunferência de medida angular α e medida de comprimento.
- Arco e ângulo central: Um ângulo é denominado de central quando possui o vértice no centro da circunferência. A medida de um ângulo central é igual à medida de seu arco correspondente, conforme exemplificado na Figura 2, subsequente:

Figura 2 – Arco $\widehat{AB}$ 

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Dessa forma, conforme a Figura 2, podemos concluir que a medida de um ângulo central é igual à medida de seu arco correspondente.

- Unidades: Para a medida dos ângulos, utilizamos as unidades de medidas como o “grau” e o “radiano”. Unidade grau: define-se como 1 (um) grau a medida do ângulo central cujo arco correspondente representa $\frac{1}{360}$ partes da circunferência. Observe a Figura 3.

Figura 3 – Ângulo de 30°

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O comprimento do arco $\widehat{AB}$, indicado na Figura 3, acima, representa $\frac{30}{360}$ partes da circunferência, visto que o ângulo central correspondente é 30°.

• Unidade Radiano: Define-se como 1 radiano (unidade rad) a medida do ângulo central cujo arco correspondente representa o mesmo comprimento do raio dessa circunferência.

Vamos calcular, como exemplo, quanto vale a medida de 1 radiano:

Resolução:

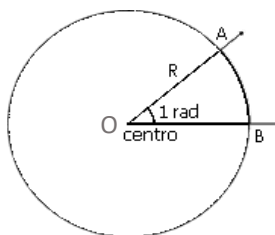
A medida do raio = medida do comprimento do arco = 1 rad $\Rightarrow$ 1 rad $\cong$ 57°.

Para transformar um radiano em graus, utilizamos $\pi = 3,14$ em medida geométrica.

Assim, $\pi \text{ rad} = 180^\circ$, quando falamos em circunferência trigonométrica e, $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$. Para realizarmos esse cálculo, podemos utilizar a regra de três simples:

$$1 \text{ rad} = x \rightarrow x\pi = 180^\circ \rightarrow x = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,14} \cong 57,32^\circ.$$

Na Figura 4, a seguir, é representado 1 radiano na circunferência:

Figura 4 – Representação de 1 rad

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Verifica-se, a partir da observação da Figura 4, apresentada anteriormente, que o comprimento do arco $\widehat{AB}$ é igual à medida do raio da circunferência. Conclui-se que o ângulo central em radiano representa a razão entre o comprimento de seu arco correspondente e a medida do raio.

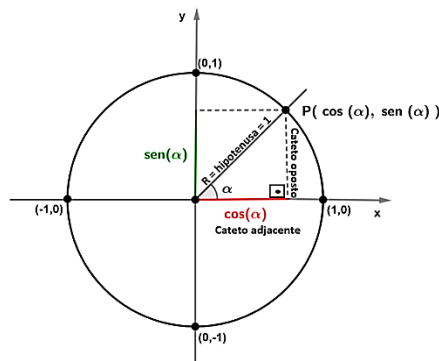
Isso se torna perceptível quando é determinada a medida do ângulo de uma

volta em radiano. A medida do comprimento de uma circunferência de raio r é $2\pi r$. Logo, $\alpha = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$, ou 360° .

- Comprimento de uma circunferência de raio r : Em qualquer circunferência, a medida do seu comprimento (C) dividida pela medida do seu diâmetro (d) é igual a π (pi), ou seja, $C \div d = \pi$. Como $d = 2r$, temos que $C \div 2r = \pi \Rightarrow C = 2\pi r$.
- Ciclo Trigonométrico ou Circunferência Trigonométrica: É a linha, delimitada pelo conjunto de todos os pontos que estão a uma mesma distância de um único ponto fixo “O”, chamado de centro. Esse ponto está localizado na origem (0,0) do sistema de coordenadas cartesianas, possui raio unitário ($r=1$) com apenas 1 unidade de medida e dois sentidos de orientação: o sentido horário, para medidas negativas, e o anti-horário, para medidas positivas.

A Relação Fundamental da Trigonometria é dada por: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Por definição, na circunferência trigonométrica, temos que o $r = 1$ (raio unitário), conforme mostra a Figura 5:

Figura 5 – Circunferência Trigonométrica



Fonte: Adaptado da *web* (2022)

A Figura 5 demonstra que a circunferência trigonométrica possui uma limitação, conforme o intervalo: $\left[\underbrace{-1}_{\text{mínimo}}, \underbrace{1}_{\text{máximo}} \right]$.

Assim,

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c.o.}{1} = c.o.$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c.a.}{1} = c.a.$$

Do Teorema de Pitágoras, temos:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \rightarrow (\text{hip}^2) = (c.o.^2) + (c.a.^2) \rightarrow \\ &\rightarrow (1)^2 = (\operatorname{sen} \alpha)^2 + (\operatorname{cos} \alpha)^2 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\rightarrow (\text{sen}\alpha)^2 + (\text{cos}\alpha)^2 = 1$$

Então concluímos que $(\text{sen}\alpha)^2 + (\text{cos}\alpha)^2 = 1$.

4.3.2 Apresentação do Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico

Nesse primeiro encontro, explicamos as funcionalidades do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico e as suas relações com a circunferência trigonométrica. Foi realizada a demonstração dos elementos da circunferência trigonométrica a partir da demarcação do ângulo de 45° , em graus e em radianos. Assim, foram apresentados os valores das razões trigonométricas do seno, do cosseno e da tangente do ângulo de 45° , conforme a Figura 6, a seguir:

Figura 6 – Funcionalidades do app Círculo Unitário Trigonométrico



Fonte: Tela inicial do *app* Círculo Unitário Trigonométrico (2022).

Foram demonstrados o cálculo do comprimento do arco ($l = \alpha \cdot r$) e o da área do triângulo, levando em consideração a medida da base (medida do cosseno, no eixo das abscissas) e da altura do triângulo (valor do seno, no eixo das ordenadas), a partir do ângulo de 45° , de acordo com a Figura 6, que mostra a apresentação da tela inicial do *app*.

4.4 Segundo Encontro

O segundo encontro também foi ministrado de forma síncrona pela plataforma *Google Meet* e aconteceu no dia 16 de março de 2021. Nesse encontro, prosseguimos a sequência dos conteúdos, dando continuidade ao que foi ministrado na aula anterior,

ainda relacionado aos conceitos trigonométricos que constam na página 24 do livro didático disponibilizado e utilizado pela instituição. Na aula, inicialmente, foi realizada uma retomada do conteúdo ministrado na aula anterior. Em seguida, foram respondidas as atividades presentes na página 24 do livro referente ao conteúdo de Comprimento de uma Circunferência.

Para auxiliar os alunos no momento da resolução das atividades do livro, (p. 24), começamos explicando como é feita a conversão de graus para radianos, utilizando a regra de três simples, conforme o exemplo a seguir:

Se o comprimento de uma circunferência for $2\pi \text{ cm}$, qual será o comprimento de um arco dessa circunferência de:

a) 180° (semicircunferência)?



Resolução: Como $2\pi = 360^\circ$, basta dividir tudo por 2 unidades, π é a metade.

b) 90° (quadrante)?



Resolução:

$$180^\circ = \pi$$

$$90^\circ = x$$

$$180^\circ \cdot x = 90^\circ \cdot \pi$$

$$x = \frac{90^\circ \pi}{180^\circ}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de uma volta: } 90^\circ, \text{ ou } \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

c) 60° ?



Resolução:

$$180^\circ = \pi$$

$$60^\circ = x$$

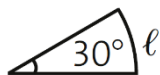
$$180^\circ \cdot x = 60^\circ \pi$$

$$x = \frac{60^\circ \pi}{180^\circ}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

d) 30° ?

Resolução:



$$180^\circ = \pi$$

$$30^\circ = x$$

$$180^\circ \cdot x = 30^\circ \pi$$

$$x = \frac{30^\circ \pi}{180^\circ} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

e) 120° ?



Resolução:

$$180^\circ = \pi$$

$$120^\circ = x \rightarrow 180^\circ \cdot x = 120^\circ \pi$$

$$x = \frac{120^\circ \pi}{180^\circ} \rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \text{ rad.}$$

f) 240° ?

g) 270° ?



Resolução: (item f)

$$180^\circ = \pi$$

$$240^\circ = x \rightarrow 180^\circ \cdot x = 240^\circ \pi$$

$$x = \frac{240^\circ \pi}{180^\circ} \rightarrow x = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$$



Resolução: (item g)

$$180^\circ = \pi \rightarrow 270^\circ = x \rightarrow 180^\circ \cdot x =$$

$$270^\circ \pi \rightarrow x = \frac{270^\circ \pi}{180^\circ} \rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\frac{3}{4} \text{ de uma volta: } 270^\circ, \text{ ou } \frac{3}{2} \pi \text{ rad.}$$

4.4.1 Circunferência Orientada e Circunferência Trigonométrica

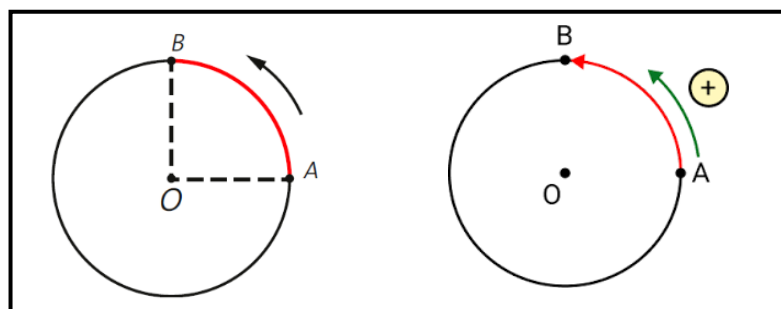
A cada número real associamos um percurso em uma circunferência. No caso de uma circunferência de raio igual a 1, a medida desse percurso é o mesmo número real escolhido. Se o número real for positivo, o percurso será feito no sentido anti-horário e, se o número real for negativo, o percurso será feito no sentido horário.

Define-se como ciclo trigonométrico a toda circunferência orientada, de raio unitário e centro no sistema de coordenadas cartesianas. Por convenção, o ponto P (1,0) é a origem da orientação, o sentido positivo é o sentido anti-horário e o negativo, o sentido horário.

Vejamos alguns exemplos:

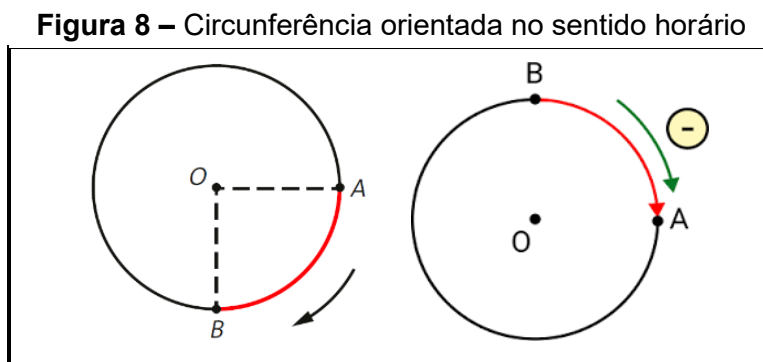
- a) O número real dado é $\frac{\pi}{2}$. A esse número associamos o percurso no sentido anti-horário representado, em uma circunferência de raio igual a 1, pelo arco $\widehat{AB}$ de comprimento $\frac{\pi}{2}$. Observe, na Figura 7, a circunferência orientada no sentido anti-horário:

Figura 7 – Circunferência orientada no sentido anti-horário



Fonte: Adaptado da *web* (2022).

b) O número real dado é $-\frac{\pi}{2}$. A esse número associamos o percurso no sentido horário representado, em uma circunferência de raio igual a 1, pelo arco $\widehat{AB}$ de comprimento $\frac{\pi}{2}$, como na Figura 8, a seguir:



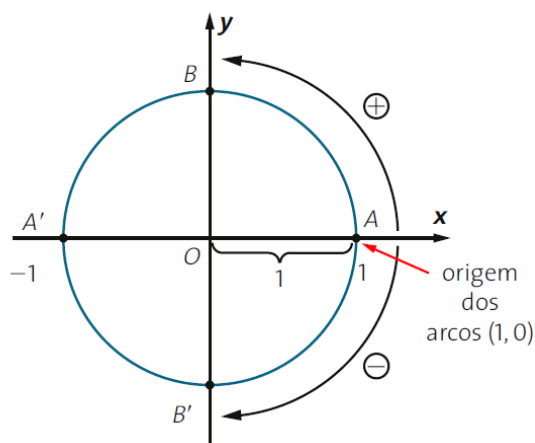
Fonte: Adaptada da *web* (2022).

A partir das observações das Figuras 7 e 8, é possível definir circunferência orientada como toda circunferência na qual convencionamos como positivo um dos sentidos do percurso (horário ou anti-horário). Portanto, na circunferência orientada, determina-se o sentido, se é positivo ou negativo.

4.4.2 Circunferência Trigonométrica

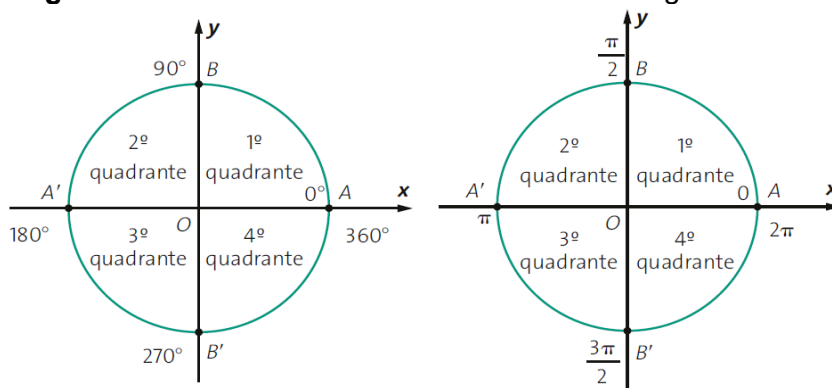
Denomina-se circunferência trigonométrica a circunferência orientada, de centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, cujo raio tem 1 unidade de comprimento e na qual o sentido positivo é o anti-horário.

À circunferência trigonométrica de centro O vamos associar um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, fixando o ponto A de coordenadas $(1, 0)$ como origem dos arcos, conforme ilustra a Figura 9, a seguir:

Figura 9 – Circunferência Trigonométrica

Fonte: Dante (2016, p. 30).

Os eixos x e y dividem a circunferência trigonométrica em quatro partes congruentes chamadas quadrantes, no sentido anti-horário (positivo), de acordo com a Figura 10:

Figura 10 – Quadrantes de uma circunferência trigonométrica

Fonte: Dante (2016, p. 30).

Observações:

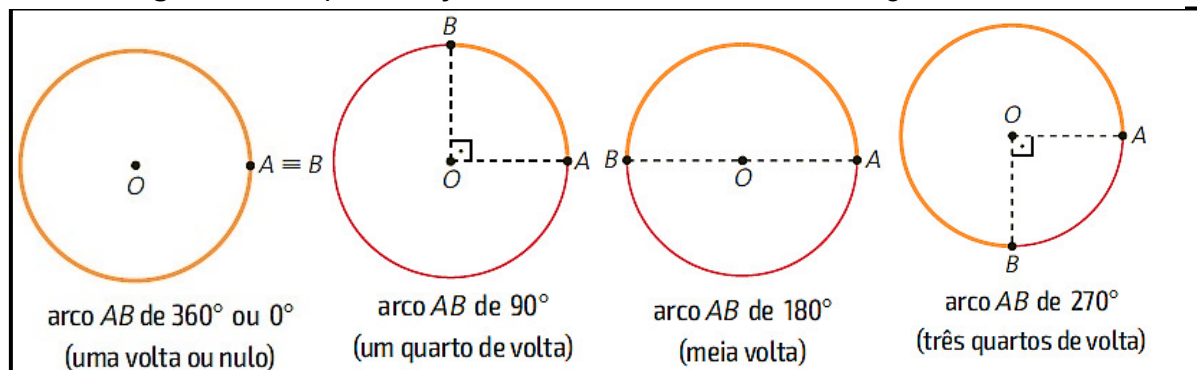
- 1ª) Os pontos A , B , A' e B' são pontos dos eixos e, por isso, não são considerados pontos dos quadrantes;
- 2ª) Para todo ponto (x, y) pertencente à circunferência trigonométrica, temos:
 $-1 \leq x \leq 1$ e $-1 \leq y \leq 1$;
- 3ª) Por meio da análise dos arcos que medem de 0° a 360° (ou de 0 a $2\pi \text{ rad}$), podemos afirmar que:

- Os arcos de medidas $30^\circ = \frac{\pi}{6}$, $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ e $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ e todos os arcos de medida entre 0° e 90° (ou 0 e $\frac{\pi}{2}$) pertencem ao 1º quadrante;
- Os arcos de medidas $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$, $150^\circ = \frac{5\pi}{6}$ e todos os de medida entre 90° e 180° (ou $\frac{\pi}{2}$ e π) pertencem ao 2º quadrante;
- Os arcos de medidas $210^\circ = \frac{7\pi}{6}$, $240^\circ = \frac{4\pi}{3}$ e todos os de medida entre 180° e 270° (ou π e $\frac{3\pi}{2}$) pertencem ao 3º quadrante;
- São do quarto quadrante os arcos de medidas $300^\circ = \frac{5\pi}{3}$, $320^\circ = \frac{16\pi}{9}$ e todos os de medida entre 270° e 360° (ou $\frac{3\pi}{2}$ e 2π).

4.4.3 Relação entre as unidades para medir arcos

Considere o arco AB , que vai de A para B no sentido anti-horário como demonstra a Figura 11, a seguir, que representa os arcos de 90° , 180° , 270° e 360° :

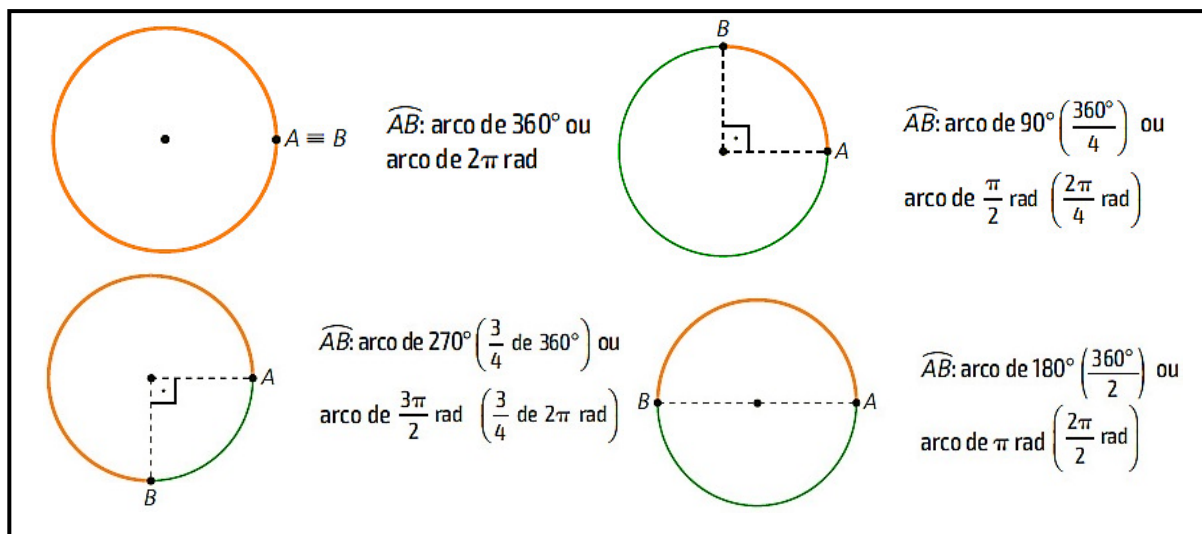
Figura 11 – Representação dos arcos na circunferência trigonométrica



Fonte: Adaptado de Dante (2016, p. 25).

Como cada arco de comprimento r corresponde a 1 rad , podemos afirmar que o arco correspondente à circunferência mede $2\pi r = 2\pi \cdot 1 \text{ rad} = 2\pi \text{ rad}$. Assim, apresentam-se, na Figura 12, as medidas dos arcos em radianos, conforme os arcos de uma circunferência trigonométrica:

Figura 12 – Arcos em radianos na circunferência trigonométrica



Fonte: Adaptado de Dante (2016, p. 26).

Vamos resolver alguns exemplos:

1) Determine o valor de:

a) 1 rad em graus.

Resolução:

$$\frac{180^\circ}{1} = \frac{\pi}{x} \rightarrow 180 \cdot x = \pi \rightarrow x = \frac{\pi}{180} \rightarrow x \cong \frac{3,14}{180} \simeq 0,017 \text{ rad}.$$

Logo, $1^\circ \simeq 0,017 \text{ rad}$.

2) Determine a medida, em radianos, de um arco de 20 centímetros de comprimento contido em uma circunferência de raio 8 centímetros.

Resolução:

Sabendo que: $l = 20 \text{ cm}$; $r = 8 \text{ cm}$, então, segue que:

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ rad ou } \frac{8 \text{ cm}}{1 \text{ rad}} = \frac{20 \text{ cm}}{x \text{ rad}} \rightarrow 8 \cdot x = 20 \rightarrow \frac{20}{8} = 2,5 \text{ rad}.$$

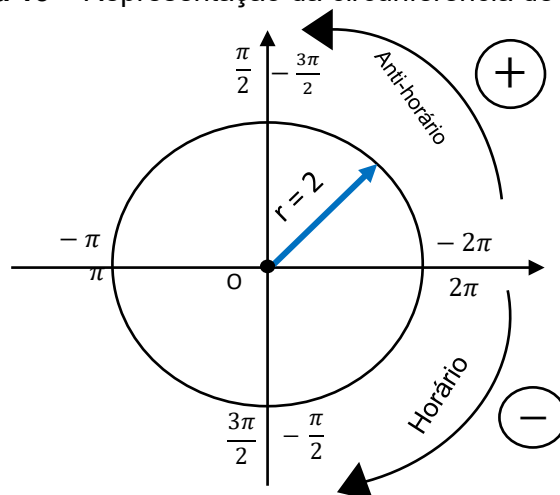
3) Esboce o desenho para representar, em uma circunferência de raio igual a 2, os arcos de comprimentos iguais a:

- a) π b) 2π c) $-\frac{3\pi}{2}$ d) $\frac{\pi}{4}$

Resolução:

A Figura 13, a seguir, representa uma circunferência de raio igual a 2, com os arcos solicitados no exemplo 3:

Figura 13 – Representação da circunferência de raio igual a 2



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

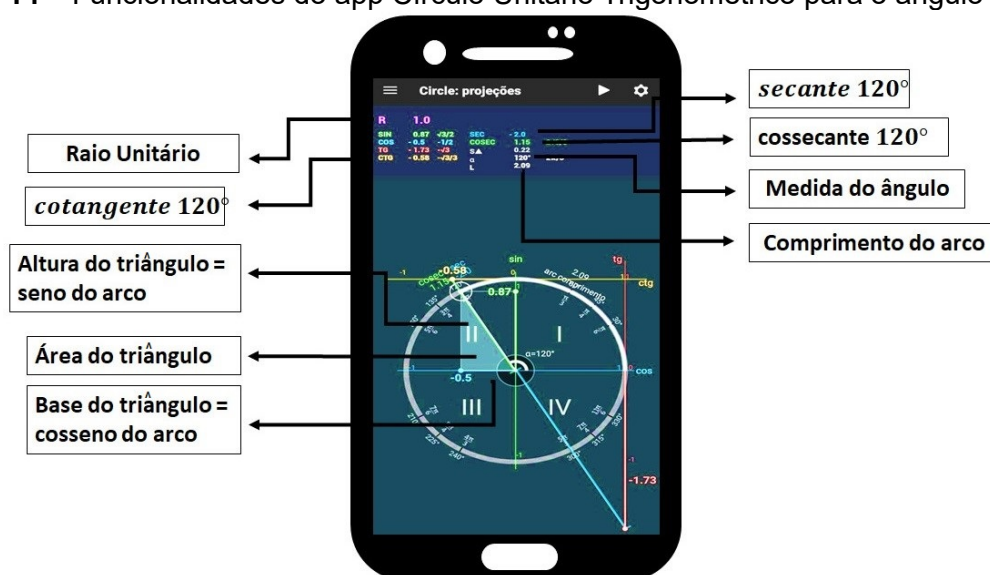
Outras razões trigonométricas:

- $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$, com $\cos \alpha \neq 0$, a secante de α representa o inverso multiplicativo do cosseno de α , desde que ele seja diferente de zero;
- $\cotg \alpha = \frac{1}{tg \alpha}$, com $tg \alpha \neq 0$, a cotangente de α representa o inverso multiplicativo da tangente de α , desde que ele seja diferente de zero;
- $\cossec \alpha = \frac{1}{sen \alpha}$, com $sen \alpha \neq 0$, a cossecante de α representa o inverso multiplicativo do seno de α , desde que ele seja diferente de zero.

4.4.4 O Uso do Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico

O aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico foi utilizado para demonstrar visualmente aos alunos outras razões trigonométricas, como a secante, a tangente e a cotangente, além da localização de cada elemento no ciclo trigonométrico, dos sinais das funções trigonométricas em cada quadrante, do valor do raio, da projeção do arco de 120° e também do cálculo da área do triângulo formado. A Figura 14, a seguir, ilustra a tela inicial do *app* e as projeções dos elementos para o ângulo de 120° :

Figura 14 – Funcionalidades do app Círculo Unitário Trigonométrico para o ângulo de 120°



Fonte: Da web (2022)

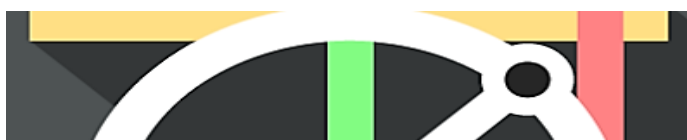
Conforme a Figura 14, o ângulo de 120° foi utilizado para a demonstração da simulação dos valores do cosseno e do seno, as relações entre a base do triângulo e a localização do cosseno do ângulo no plano cartesiano, a altura do triângulo formado e o seno do ângulo no plano cartesiano para o cálculo da área do triângulo.

Para o cálculo do comprimento do arco, foi realizado o quociente entre o ângulo de $\frac{2\pi}{3}$ pelo raio da circunferência, da seguinte forma:

$$l = \alpha \cdot r = \frac{2,3,14}{3} \cdot 1 \cong 2,09 \text{ cm.}$$

4.5 Terceiro Encontro

O terceiro encontro ocorreu no dia 22 de março de 2021, de forma assíncrona. A postagem da aula e das instruções para a realização da atividade foi feita no *Google Classroom*. Como atividade, os alunos tiveram que responder um questionário no *Google Forms*, sobre os conteúdos estudados, relacionados à Circunferência Trigonométrica e, como auxílio para a resolução dessa atividade, recomendamos o uso do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico. A atividade referente ao projeto está descrita a seguir:



Projeto: Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico

Acadêmica: Dayane Trindade de Sousa

Aluno: _____ **Turma:** _____

Esse formulário consiste em uma avaliação de aprendizagem sobre o conteúdo de Circunferência Trigonométrica utilizando o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico.

Questão 1 – Na imagem [Figura 15], o aplicativo (Circ. Unit. Trig.) demonstra a projeção de um ângulo de 135° , localizado no 2º quadrante da circunferência trigonométrica. Assinale somente as alternativas corretas que correspondem à interpretação correta dos valores apresentados para o seno, o cosseno e a tangente de 135° .

Figura 15 – Projeção do ângulo de 135° no app Círculo Unitário Trigonométrico



Fonte: *Print Screen* do app Círculo Unitário Trigonométrico.

- ☐ O valor do $\text{sen } 135^\circ$ é o mesmo valor do $\text{cos } 135^\circ$, pois ambos localizam-se no 2º quadrante.
- ☐ A $\text{tg } 135^\circ$ possui o mesmo valor da $\text{tg } 315^\circ$, pois ambas se localizam nos quadrantes pares.
- ☐ Quanto à redução ao 1º quadrante, o ângulo 135° corresponde ao ângulo de 45° .

- d) [] Se o ângulo correspondente fosse 90° , então o $\cos 90^\circ = 1$, $\sin 90^\circ = 0$ e $\operatorname{tg} 90^\circ = 0$.
- e) [] No 2º quadrante, o sinal do seno é positivo, do cosseno é negativo e o sinal da tangente é positivo.

Questão 2 – Na imagem abaixo [Figura 16], está projetado um triângulo retângulo em que um dos ângulos agudos mede $33^\circ 93'$.

Figura 16 – Projeção do ângulo de $33^\circ 93'$ no app



Fonte: *Print Screen* do app Círculo Unitário Trigonométrico.

Responda:

- Qual é a medida do outro ângulo agudo no triângulo?
- Explique por que a área do triângulo é 0,23 ($S\Delta = 0,23$).

Questão 3 – Na imagem abaixo [Figura 17], a imagem do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico mostra os valores das razões trigonométricas a partir da projeção de um ângulo. Para o ângulo de 30° , explique, com suas palavras ou com cálculos, os valores encontrados para a cotangente, secante e cossecante de 30° .

Figura 17 – Quadro dos valores dos ângulos

Functions values							
$\alpha, ^\circ$	rad	SIN	COS	TG	CTG	SEC	COSEC
0°	0	0	1	0	$\pm \infty$	1	$\pm \infty$
15°	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$		
18°	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{1-\frac{2}{\sqrt{5}}}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$		
22,5°	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}+1$		
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2

Fonte: *Print Screen* do *app* Círculo Unitário Trigonométrico.

Questão 4 – Conforme o uso do aplicativo, escreva os respectivos quadrantes aos quais os ângulos abaixo pertencem, quais os valores dos ângulos em graus e quais os valores dos comprimentos dos arcos para os ângulos:

- a) $-\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$ b) $\frac{11\pi}{5} \text{ rad}$ c) $\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$ d) $\frac{13\pi}{6} \text{ rad}$ e) $-\frac{11\pi}{7} \text{ rad}$

4.6 Quarto Encontro

O quarto encontro ocorreu no dia 23 de março de 2021, de forma síncrona. Utilizamos a plataforma *Google Meet* para a transmissão ao vivo da videoconferência e para a gravação da aula. Nesse encontro, foram resolvidos exemplos de aplicação e de exercícios sobre Circunferência Trigonométrica. Durante a aula, foram realizadas as aplicações do *app* Círculo Unitário Trigonométrico em sincronia com os conhecimentos sobre a Trigonometria na Circunferência.

Exemplos:

1) Verifique a validade da Primeira Relação Fundamental da Trigonometria para os valores:

a) $\frac{\pi}{3}$

Resolução:

A 1ª Relação Fundamental da Trigonometria é dada por:

$$\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1.$$

Sabemos que $\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$, então,

$$\text{sen}^2 \frac{\pi}{3} + \text{cos}^2 \frac{\pi}{3} = 1$$

Como $\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, segue que $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

Portanto, a relação é válida para o ângulo $\frac{\pi}{3}$.

b) $\frac{\pi}{4}$

Resolução:

A 1ª Relação Fundamental da Trigonometria é dada por:

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1.$$

Sabemos que $\frac{\pi}{4} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$ e, $\operatorname{sen} 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Daí, segue que

$$\operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1.$$

2) Sabendo que $\cos x = \frac{3}{5}$, com x pertencente ao 4º quadrante, determine o valor de $\operatorname{sen} x$.

Resolução:

Pela relação fundamental da Trigonometria, temos:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2 x + \left(\frac{3}{5}\right)^2 &= 1 \rightarrow \operatorname{sen}^2 x + \frac{9}{25} = 1 \rightarrow \operatorname{sen}^2 x = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \operatorname{sen}^2 x = \frac{16}{25} \rightarrow \\ \rightarrow \operatorname{sen} x &= \pm \sqrt{\frac{16}{25}} \end{aligned}$$

O valor do seno do ângulo no 4º quadrante é negativo.

Logo, $\operatorname{sen} x = -\frac{4}{5}$.

3) Um número real $\alpha \in [0, 2\pi]$ pode satisfazer simultaneamente aos valores: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$ e $\cos \alpha = \frac{2}{3}$?

Resolução:

Pela Relação Fundamental da Trigonometria, temos:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \neq 1.$$

Logo, um número real $\alpha \in [0, 2\pi]$ não pode satisfazer simultaneamente aos valores do $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$ e do $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

4) Se $\operatorname{sen} x = -\frac{12}{13}$, com x pertencente ao 3º quadrante, determine o $\cos x$.

Resolução:

Pela 1ª Relação Fundamental da Trigonometria, temos:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 &\rightarrow \left(\frac{-12}{13}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{144}{169} \rightarrow \\ \rightarrow \cos^2 x &= \frac{25}{169} \rightarrow \cos x = \pm \sqrt{\frac{25}{169}}. \end{aligned}$$

Como $\cos x$ pertence ao 3º quadrante, então, $\cos x = \frac{-5}{13}$.

5) Resolver a equação $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, sendo $U = [0, 2\pi]$.

Resolução:

Primeiramente, como $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, então, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Então $x \in$ ao 1º

quadrante. Sabemos que o ângulo de 120° pertence ao 2º quadrante: $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. O ângulo de 120° em radianos é:

$$180^\circ - - - - - \pi$$

$$120^\circ - - - - - x$$

$$180^\circ \cdot x = 120^\circ \cdot \pi \rightarrow x = \frac{120^\circ \pi}{180^\circ} \rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \text{ rad.}$$

Portanto, $x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ ou $x = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$.

6) Sabendo que $\sin^2 \alpha = \frac{4}{9}$, e $\alpha \in [0, 2\pi]$, obtenha o valor de $\cos \alpha$.

Resolução:

Pela Relação Fundamental da Trigonometria, temos:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{4}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{5}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{5}{9}}$$

Logo, $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ ou $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

4.6.1 Demonstração do Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico

Quanto ao uso do *app* para a demonstração de mecanismos dos comandos, *layout*, botões, menu *drop down*, caixas de seleção e funções, foi gravada uma videoaula (disponível em: <https://youtu.be/Adl6BOscEbw>). Nessa aula, são apresentados os elementos da circunferência, sentido horário e anti-horário, os quadrantes, a formação dos ângulos, o comprimento do arco, o seno, o cosseno, a tangente do ângulo, a secante, a cossecante e a cotangente do ângulo.

Também foram explanados os conceitos sobre os arcos côngruos, a 1ª

determinação positiva dos ângulos e a expressão geral dos arcos. Nessas demonstrações de visualização, a dinamicidade da representação desses elementos era atribuída ao ângulo designado.

A representação de ângulos na circunferência trigonométrica foi realizada por meio do *app*, para uma melhor determinação dos arcos cômruos tanto em graus quanto em radianos. A apresentação da ideia de seno, cosseno e tangente de um ângulo também foi feita usando o *app* Círculo Unitário Trigonométrico.

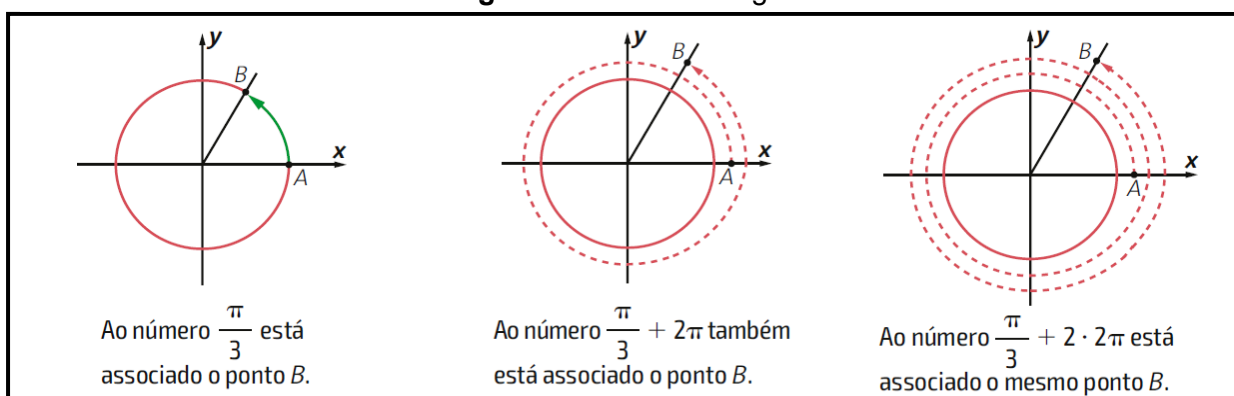
4.4 Quinto Encontro

As aulas referentes ao quinto encontro ocorreram de forma síncrona, no dia 29 de março de 2021. A plataforma para a transmissão e gravação das aulas foi o *Google Meet*. Nessa aula, continuamos a sequência do conteúdo básico de trigonometria. O conteúdo trabalhado na aula, foi referenciado conforme os conceitos abordados na página 31 do livro didático.

4.4.1 Arcos cômruos (ou congruentes)

Toda vez que o ponto da circunferência, no final do arco iniciado em $(1, 0)$, é o mesmo para dois arcos diferentes (por exemplo, 0 e 2π), chamamos esses arcos de arcos cômruos ou congruentes, conforme ilustra a Figura 18, a seguir. É conveniente notar que todos os arcos cômruos diferem entre si de um múltiplo de 2π , que é o comprimento de cada volta.

Figura 18 – Arcos Cômruos



Fonte: Dante (2016, p. 31).

Temos, para o ponto móvel que se desloca sobre a circunferência no sentido anti-horário:

- na primeira figura, o ponto deslocou-se $\frac{\pi}{3}$ ou 60° , de A até B ;
- na segunda figura, o ponto deslocou-se uma volta inteira (2π ou 360°) e mais $\frac{\pi}{3}$ ou 60° , ou seja, deslocou-se $\frac{7\pi}{3}$ ou 420° ;
- na terceira figura, o ponto deslocou-se duas voltas inteiras ($2 \cdot 2\pi$ ou $2 \cdot 360^\circ$) e mais $\frac{\pi}{3}$ ou 60° , ou seja, $\frac{13\pi}{3}$ ou 780° .

Supondo que o ponto se deslocasse k voltas inteiras, o número associado à extremidade B do arco AB seria escrito assim:

$$\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi, \text{ ou } 60^\circ + k \cdot 360^\circ, \text{ com } k \in \mathbb{Z}$$

Podemos, então, definir que dois arcos são côngruos ou congruentes quando suas medidas diferem de um múltiplo de $2\pi \text{ rad}$ ou 360° .

Exemplos de arcos côngruos:

- 30° e $30^\circ + 360^\circ$ (ou $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{6} + 2\pi$);
- 45° e $45^\circ + 2 \cdot 360^\circ$ (ou $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{4} + 2 \cdot 2\pi$);
- 60° e $60^\circ - 3 \cdot 360^\circ$ (ou $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{3} - 3 \cdot 2\pi$). Nesse exemplo, o sinal negativo significa que as três voltas completas foram dadas no sentido horário. Dizemos, nesse caso, que $60^\circ - 3 \cdot 360^\circ = -1020^\circ$ ou $-\frac{17\pi}{3}$ são arcos negativos.

Um arco θ é chamado de primeira determinação positiva ao arco α , se satisfaz as seguintes condições:

- θ é côngruo a α ;
- $0 \text{ rad} \leq \theta < 2\pi \text{ rad}$.

Exemplos:

- 30° é a primeira determinação positiva do arco de 390° , pois

$$390^\circ = 30^\circ + 1 \cdot 360^\circ.$$

- Qual é a primeira determinação positiva do ângulo 1910° ?

Resolução:

$$1910^\circ = 360^\circ \cdot 5 + 110^\circ$$

Logo, o ângulo correspondente à 1ª determinação positiva é 110° .

3) Encontre a primeira determinação positiva do ângulo 1720° .

Resolução:

$$1720^\circ = 360^\circ \cdot 4 + 280^\circ$$

Logo, o ângulo correspondente à 1ª determinação positiva é 280° .

4) Qual o valor da 1ª determinação positiva dos ângulos abaixo? E em qual quadrante se localizam?

a) -225°

Resolução:

$360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$, quando se tratar da 1ª determinação positiva, na maioria das vezes é necessário reduzir até o 1º quadrante: $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ \in 1^\circ Q$.

b) $\frac{-11 \cdot \pi}{6}$

Resolução:

$$\frac{-11 \cdot \pi}{6} = \frac{-11 \cdot 180^\circ}{6} = -11 \cdot 30^\circ = -330^\circ. \text{ Daí, } 360^\circ - 330^\circ = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \in 1^\circ Q.$$

c) $\frac{-11 \cdot \pi}{4}$

Resolução:

$$\frac{-11 \cdot \pi}{4} = \frac{-11 \cdot 180^\circ}{4} = -11 \cdot 45^\circ = -495^\circ. \text{ Então, } -495^\circ + 360^\circ = -135^\circ.$$

Daí, segue que: $360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$. Logo, $180^\circ + \alpha = 225^\circ - 180^\circ = 45^\circ \in 1^\circ Q$.

Como os arcos no ciclo trigonométrico possuem a mesma origem, então dois arcos no ciclo são côngruos quando a diferença entre suas medidas possui a forma $2k\pi$ (com $k \in \mathbb{Z}$), ou seja, podemos expressar todos os arcos côngruos a α , no ciclo, na forma $\alpha + k \cdot 2\pi$ (com $k \in \mathbb{Z}$). De modo análogo, representamos os arcos côngruos ao ângulo α , em graus, na forma $\alpha + k \cdot 360^\circ$ (com $k \in \mathbb{Z}$).

Exemplos:

E.1) Os arcos -330° , 390° e -690° são congruentes ao arco de 30° , pois as diferenças $30^\circ - (-330^\circ)$, $30^\circ - 390^\circ$ e $-690^\circ - 30^\circ$ são múltiplas de 360° .

E.2) Os arcos -10° e 710° são côngruos ao arco 350° , pois $-10^\circ = 350^\circ - 1 \cdot 360^\circ$ e $710^\circ = 350^\circ + 1 \cdot 360^\circ$.

4.4.2 Simulação com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico

A partir do uso do aplicativo, pode ser destacado que, para um ponto qualquer pertencente ao círculo trigonométrico há um ângulo correspondente que forma um triângulo retângulo. A partir da medida da altura desse triângulo, que remete ao valor do seno desse ângulo, e da largura da base do triângulo, que se relaciona ao valor do cosseno desse ângulo, pode ser calculada a área desse triângulo, inclusive, essa informação consta na tela inicial do *app*.

Nos recursos do *app* consta uma tabela dos ângulos notáveis do seno, do cosseno e da tangente de todos os ângulos dos quadrantes da circunferência trigonométrica, inclusive, essa tabela foi exibida na aula, para a demonstração dos sinais de cada relação, em cada um dos quadrantes, por meio do *software*.

4.5 Sexto Encontro

O sexto encontro ocorreu no dia 30 de março de 2021, de forma assíncrona. Nessa aula, os alunos realizaram uma atividade referente ao jogo *Kahoot!*. O link para acesso ao jogo *Kahoot!* foi postado nos murais do *Google Classroom* para todas as turmas envolvidas no projeto e nos grupos de *WhatsApp*. Foram produzidos 4 jogos compostos por 5 perguntas diferentes em cada jogo, sendo um jogo para cada turma. No Quadro 5, subsequente, seguem as perguntas utilizadas no jogo:

Quadro 5 – Questões apresentadas no jogo Kahoot!

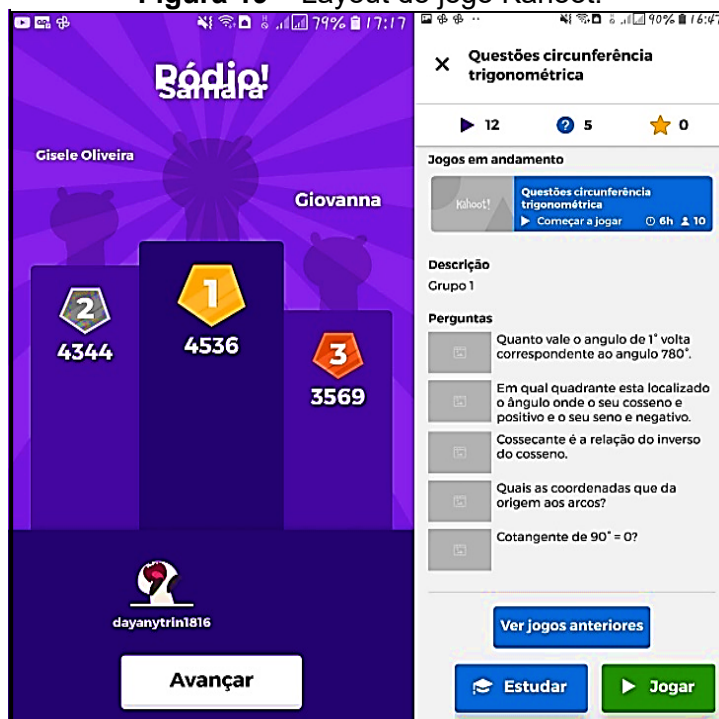
Nº da questão	Questão
1	Quanto vale o ângulo de 1º volta correspondente ao ângulo 780º?
2	Em qual quadrante está localizado o ângulo cujo cosseno é positivo e seno é negativo?
3	Quais as coordenadas que dão origem aos arcos?
4	Cossecante é a relação do inverso do cosseno?
5	Cotangente de 90º é igual a 0?
6	Nos quatro quadrantes a reta cotangente é decrescente?
7	Cotangente de 270º é igual a 0?
8	Quanto vale o ângulo de 1º volta correspondente ao ângulo 405º?
9	A tangente de 90º não existe?
10	Em qual quadrante está localizado o ângulo cujo cosseno é negativo e seno é positivo?
11	Em qual quadrante está localizado o ângulo cujo cosseno e seno são negativos?
12	Nos quatro quadrantes a reta tangente é crescente?
13	Quanto vale o ângulo de 1º volta correspondente ao ângulo 750º?
14	A tangente de 270º não existe?
15	Secante é a relação do inverso do seno?
16	A cotangente de 0º não existe?
17	A cossecante é o inverso do seno?

18	A cotangente não é o inverso da tangente?
19	Quanto vale a 1ª determinação positiva do ângulo que corresponde a 510° ?
20	Em qual quadrante está localizado o ângulo cujo cosseno e seno são positivos?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O jogo *Kahoot!* foi utilizado para a avaliação da aprendizagem acerca dos conceitos aprendidos sobre Circunferência Trigonométrica. Na dinâmica pedagógica, um jogo para cada 10 participantes foi direcionado aos alunos de cada turma dos Cursos Técnicos. O uso desse recurso lúdico proporcionou o engajamento dos estudantes em competir e classificar-se na posição mostrada no pódio. As imagens do jogo são demonstradas a seguir, conforme a Figura 19:

Figura 19 – Layout do jogo Kahoot!



Fonte: Print Screen do jogo Kahoot! (2021).

Nessa mesma aula, solicitou-se aos estudantes, no grupo do *WhatsApp*, que escrevessem uma palavra que definisse um conceito aprendido durante as aulas do projeto. Apresenta-se o resultado da nuvem de palavras, feita no *Infogram*⁶ na Figura 20:

⁶ *Infogram* é uma ferramenta encontrada na web que permite a transformação de conteúdos em representações visuais, para facilitar a sua compreensão.

Figura 20 – Nuvem de palavras



Fonte: Adaptado pela autora (2021).

Conforme a nuvem de palavras apresentada na figura 20, destacam-se as palavras em fontes maiores como conceitos mais compreendidos pelos estudantes no decorrer da realização do projeto de ensino. Todos esses termos foram designados pelos alunos acerca do entendimento da abordagem do conteúdo de Circunferência Trigonométrica, com o uso do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico.

O projeto “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico” foi finalizado com essas atividades apresentadas, as quais tiveram o propósito de diversificar o método avaliativo para verificar a aprendizagem dos estudantes. A seguir, no próximo tópico, é descrito o relato de experiência docente concernente à realização e execução do projeto.

5 RELATO DE EXPERIÊNCIA DOCENTE

Em virtude da pandemia causada pelo vírus da COVID-19, alunos e professores tiveram de se adaptar a um ensino *on-line* e/ou a distância, além disso, os docentes tiveram de aprender a manusear as ferramentas tecnológicas educacionais para utilizá-las nas aulas. Por isso, ministrar aulas na modalidade remota foi algo novo para mim, bem como usar as tecnologias digitais contemporâneas e os ambientes virtuais de aprendizagem.

Nesse relato de experiência docente, são apresentadas as situações, ocorridas durante a minha prática pedagógica, que mais chamaram a atenção e, por isso, evocam discussão sobre os métodos de ensinar matemática utilizados durante a realização do projeto de ensino que culminou neste trabalho de conclusão de curso.

O planejamento do projeto de ensino “Aprendendo Matemática com o Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico” mostra que a proposta educacional foi subdividida em encontros. Percebeu-se que, em todas as aulas dos encontros do projeto, os alunos se esforçavam bastante, eram prestativos, principalmente porque almejavam o melhor desenvolvimento possível das aulas.

Inclusive, cabe ressaltar que fiquei extasiada com a atenção e o interesse deles em aprender, uma vez que faziam questionamentos e indagações sobre a relação dos conceitos matemáticos e o uso do aplicativo, desde a apresentação da interface, interação e dinamicidade das representações até às mais complexas definições acerca da trigonometria na circunferência.

Oliveira e Amaral (2019) enfatizam que, para que os conteúdos aprendidos tenham significado, é necessário também que se faça a relação entre os conhecimentos prévios para facilitar o desenvolvimento do pensamento trigonométrico do estudante. Por isso, no primeiro encontro, verificou-se, primeiramente, que os estudantes apresentavam alguns conhecimentos prévios sobre os conceitos de circunferência como: raio, diâmetro, comprimento da circunferência, classificação dos ângulos, dentre outros.

O questionamento de um aluno a respeito da diferença entre o comprimento e a medida de um arco trouxe-nos reflexões, a mim e aos demais alunos, de que todo arco de circunferência possui uma medida angular correspondente, pois um arco é uma parte da circunferência que compreende a medida de duas semirretas constituídas como raios delimitados por dois pontos distintos quaisquer.

Pôde-se perceber, a partir dos relatos dos estudantes, ao fim da aula do primeiro encontro, que as abordagens das definições de arcos e ângulos em uma circunferência proporcionaram uma compreensão do significado de arco, como uma parte da circunferência delimitada por dois pontos distintos, mesmo que possuam as mesmas extremidades, mas medidas de comprimento diferentes. Por isso, “[...] uma das vantagens do uso da circunferência trigonométrica é a possibilidade de se representar qualquer ângulo e observar simetrias.” (DANTE, 2016, p. 319).

Ainda durante a explicação do conteúdo sobre a medida dos arcos, uma aluna perguntou como se faz para medir o comprimento do arco. Foi explicado à aluna que o comprimento do arco é dado pelo produto da medida do ângulo pelo raio, da seguinte forma: $l = \alpha \cdot r$. Portanto, para calcular a medida do ângulo basta utilizar a mesma fórmula e, se preferível, isolar o α . Para calcular o raio, da mesma forma, basta isolar o r . Para elucidar quaisquer dúvidas, ainda foi feita uma comparação entre o comprimento da circunferência em medida linear (l) e em medida angular (α), da seguinte forma:

$$360^\circ \cdot l = \alpha \cdot 2\pi \cdot r \rightarrow \frac{360^\circ}{2} l = \alpha \cdot \pi \cdot r \rightarrow l = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r}{180^\circ}$$

Foi estabelecida essa relação matemática para que os aprendizes pudessem discernir a utilização dela para determinar o comprimento do arco de uma circunferência de raio com medida qualquer. Para facilitar a compreensão do conceito de circunferência, comparou-se a circunferência com um bambolê. Nessa analogia, o bambolê aberto forma uma reta que representa exatamente o comprimento da circunferência. Definiu-se, também, a circunferência como a medida do contorno de um círculo.

Em seguida, apresentou-se uma circunferência e um arco em destaque, representado por (l), com raio (r) de mesma medida. Quando o raio possui a mesma medida do arco, dizemos que essa medida representa um radiano (1 rad). Nessa perspectiva, Dante (2016, p. 25) afirma que “[...] um ângulo de um radiano (1 rad) é um ângulo congruente a um ângulo central subtendido por um arco de um radiano.”.

Para a transformação de 1 radiano em graus, adotaram-se os seguintes valores: para $\pi = 3,14$ em medida linear e $\pi = 180^\circ$ quando se trata da medida de um ângulo e, ainda, utilizamos $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$. Empregou-se a regra de três simples para a realização desse procedimento, da seguinte forma:

$$1 \text{ rad} = x \rightarrow x \cdot \pi = 180^\circ \rightarrow x = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,14} \cong 57,32^\circ.$$

No segundo encontro, foi demonstrado o ciclo trigonométrico como uma circunferência orientada, que contém o centro “O” com as coordenadas (0,0), em um sistema de coordenadas cartesianas. O eixo ortogonal divide a circunferência em quatro partes iguais, denominadas quadrantes, numerados em 1º, 2º, 3º e 4º quadrantes (I, II, III e IV).

Uma pergunta curiosa, feita por um aluno no decorrer de uma das aulas do segundo encontro, foi se o ângulo de 90° pertence ao primeiro quadrante. Foi respondido ao estudante que os ângulos 0°, 90°, 180°, 270° e 360° não pertencem a nenhum dos quadrantes, pertencem aos eixos da circunferência trigonométrica.

Ainda explanamos que quando se parte da coordenada (1,0) no sentido anti-horário, entre os ângulos 0° e 90°, localizamos o 1º quadrante. A partir da coordenada (0,1), onde está o ângulo de 90° ao ângulo de 180°, localiza-se o 2º quadrante; o 3º quadrante encontra-se entre os ângulos de 180° e 270° e o 4º e último quadrante situa-se entre os ângulos de 270° e 360°.

Um ponto interessante ocorrido em uma aula do segundo encontro foi o fato de que alguns estudantes não tinham conhecimento da existência de ângulos negativos. Essa curiosidade foi esclarecida quando explicamos a circunferência orientada no sentido horário e a posição relativa dos ângulos negativos, em conformidade com os ângulos positivos, no sentido anti-horário, indicados na circunferência trigonométrica.

Por meio do *app*, a visibilidade dos ângulos no sentido horário e anti-horário ficou clara para os estudantes, principalmente com a interação do usuário com o aplicativo. Desse modo, o uso do *app* permitiu a relação entre mediador e mediado, pois esses métodos diferenciados de interação e de aprendizagem precisam ser “[...] definidos de maneira que possibilitem um processo além-sala de aula, tendo em vista que, com a aplicação de recursos tecnológicos, ampliam-se as alternativas de interação com o mediado.” (PREBIANCA *et al.*, 2013, p. 480).

Sobre a relação da circunferência trigonométrica com o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico, definiu-se que o raio possui medida igual a uma unidade, ou seja, ($r = 1$), como mostra na tela inicial do *app*. Nessa circunferência, projeta-se um triângulo retângulo e podemos ver que o eixo y, que é o das ordenadas, representa o valor do seno do ângulo, que é a altura do triângulo, e o eixo x, que é o eixo das abscissas, apresenta o valor do cosseno dada pela medida da base do triângulo. Demonstrou-se que a área do triângulo apresentada na tela do *app* pode ser calculada

da seguinte maneira: $S\Delta = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} \rightarrow S\Delta = \frac{\text{cosseno} \times \text{seno}}{2}$.

Utilizou-se também, no *app*, dentre outros valores, o ângulo de 30° ou $\frac{\pi}{6}$ para mostrar que o valor do seno que representa a altura do triângulo retângulo projetado é igual a $0,5$ ou $\frac{1}{2}$. O cosseno, que representa a base do triângulo retângulo, possui valor igual a $0,87$; a tangente, igual a $0,58$; o comprimento do arco mede $0,52$ e o quadrante no qual esse ângulo está localizado é o 1° quadrante.

Assim, calculamos a área do triângulo: $S\Delta = \frac{b.h}{2} = \frac{0,87 \cdot 0,5}{2} = \frac{0,435}{2} \cong 0,22$. Esse procedimento foi utilizado para sinalizar aos estudantes que eles também podem aprender de outras formas, inclusive por meio do uso de ferramentas tecnológicas e digitais.

Algumas situações me fizeram repensar questões acerca da prática docente, pois a dificuldade de compreensão dos conceitos trigonométricos, conforme Andrade (2019), também surge pela falta de dinamicidade dos procedimentos e representações dos elementos da circunferência trigonométrica. Por isso, o aluno percebe, em seu contexto, um distanciamento entre a relação do conhecimento e da sua própria realidade.

No terceiro encontro, a atividade disponibilizada no *Google Forms* abrangeu os conceitos de circunferência trigonométrica e as funcionalidades do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico. Essa atividade facilitou a personalização para atender aos diferentes estilos de aprendizagens, pois o *app* de cunho educacional, de acordo com Cabral (2020) fornece suporte para navegação não linear e envolve a participação do estudante na avaliação de suas próprias aprendizagens.

Além disso, os alunos puderam reforçar seus conhecimentos sobre redução de ângulo ao primeiro quadrante, área do triângulo retângulo projetado no ciclo trigonométrico, conversão de ângulos de radianos para graus e comprimento de um arco. A atividade proposta também contemplou, segundo preconiza a BNCC, a habilidade de “[...] resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.” (BRASIL, 2018, p. 317).

Sobre a quantidade de estudantes que responderam à atividade proposta, dos 80 discentes matriculados, 74 responderam à atividade, ou seja, 92,5%, enquanto apenas 6 estudantes não a resolveram, isto é, 7,5% dos estudantes não responderam à atividade proposta, a qual continha quatro questões.

A primeira questão da atividade abordou a localização dos ângulos nos quadrantes da Circunferência Trigonométrica, a identificação dos sinais do seno, do cosseno e da tangente de cada quadrante e a redução dos ângulos ao 1º quadrante. Houve um percentual aproximado de acerto de 78% e 22% de percentual de erro.

A segunda questão envolveu a interpretação e a compreensão dos elementos que aparecem na interface gráfica do aplicativo, como a área do triângulo e as medidas dos ângulos internos do triângulo. Cerca de 74% dos estudantes obtiveram êxito na questão, enquanto 26% dos estudantes não alcançaram os resultados esperados.

A terceira questão da tarefa proporcionou a avaliação das competências e habilidades do aluno no que concerne à representação dos valores da secante, cossecante e cotangente de um ângulo, ou seja, que esses conceitos envolvem o significado dos valores inversos do cosseno, do seno e da tangente, respectivamente, bem como a capacidade de desenvolver o cálculo dessas razões trigonométricas. O resultado da análise dessa questão apresentou 80% de acertos e 20% de erros.

A quarta questão solicitou a localização do quadrante ao qual o ângulo pertencia, logo após encontrar sua primeira determinação positiva e redução ao primeiro quadrante, e também a medida do comprimento dos arcos referentes a esses ângulos. Após a análise dessa questão, houve um percentual de 61,1% de acertos e um percentual de 38,9% de erros.

No quarto encontro, a aula foi direcionada para a resolução de questões, como forma de reforçar os conteúdos trabalhados no decorrer da realização do projeto. Desse modo, por meio do diálogo, comprovou-se o quanto os estudantes compreenderam cada detalhe exposto nas aulas. Ao mesmo tempo em que era realizada a resolução das questões, os alunos já apresentavam os resultados, ou mesmo possíveis soluções para a resolução dos problemas.

Foi perguntado aos alunos, em uma aula do quarto encontro, se eles reconheciam a aplicação do Teorema de Pitágoras na Relação Fundamental da Trigonometria. A partir do triângulo projetado na circunferência, os estudantes puderam compreender que a medida da hipotenusa é igual à medida do raio, e como raio mede 1, por definição, a hipotenusa também terá valor igual a 1 e, então, mostrou-se que:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c.o}{1} = c.o \text{ e } \cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c.a}{1} = c.a.$$

Empregou-se o Teorema de Pitágoras para se chegar à relação fundamental da trigonometria da seguinte forma: $a^2 = b^2 + c^2$, em que $(hip)^2 = c \cdot o^2 + c \cdot a^2$. Logo, $1 = (\text{sena})^2 + (\text{cosa})^2$ é o mesmo que $1 = \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha$, obtendo-se, assim, a primeira relação fundamental da trigonometria. Nesse contexto, verificou-se experimentalmente a demonstração da conjectura (BRASIL, 2018). Analisou-se também a complexidade da aprendizagem sobre os conceitos trigonométricos, principalmente por conta do nível de abstração que a Trigonometria no Círculo envolve, conforme defende Cabral (2020).

Notou-se um melhor aprendizado, quando os conceitos foram apresentados de uma forma diferente, possibilitando o compartilhamento do conteúdo de maneira diversificada, com a manipulação e visualização dessas ferramentas educacionais (SILVA; BATISTA, 2015). Com o auxílio do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico, apontou-se por que o raio é unitário e mostrou-se, na prática, como são os arcos que vão do nulo ao arco de uma volta.

Com o uso do aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico, os alunos puderam compreender as relações de outras razões trigonométricas. O ângulo de 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ foi um exemplo para calcular o valor da secante: $\sec x = \left(\frac{1}{\cos x}\right)$, ($\cos x \neq 0$), da cossecante: $\text{cossec } x = \left(\frac{1}{\text{sen } x}\right)$, ($\text{sen } x \neq 0$) e da cotangente: $\cotg x = \left(\frac{1}{tg x}\right)$, ($tg \neq 0$). Esses conceitos, segundo os estudantes, foram interessantes e contribuíram para novas aprendizagens.

Quanto ao enfoque dos arcos côngruos, no quinto encontro, foi explicado que, quando o ângulo for um valor muito grande, maior que uma volta, ou 360° , é mais prático dividir esse ângulo por 360° para saber quantas voltas completas o ângulo girou no ciclo trigonométrico. Nesse instante, perguntaram como seria a aplicação desse conteúdo em uma questão, então, foi respondido que essa aplicação ocorreria, sobretudo, na parte da localização de um ângulo no ciclo trigonométrico e de seus arcos côngruos.

No sexto encontro, os alunos realizaram uma atividade lúdica em um jogo virtual didático. O *Kahoot!* foi utilizado por que é uma “[...] ferramenta que presta incentivos de engajamento e motivação, e que permite, portanto, criar um espaço onde o processo avaliativo seja voltado para mensurar e diagnosticar a aprendizagem de forma contínua [...]” (CARNEIRO, 2020, p. 66).

Fazendo uso desse jogo lúdico, os alunos tiveram a oportunidade de colocar

em prática todos os conhecimentos aprendidos durante as aulas do projeto. O percentual de participação dos estudantes no jogo foi em torno de 93%, número que correspondeu à quantidade de alunos que participavam assiduamente das aulas. Diante disso, considerou-se que o nível de aproveitamento foi bastante significativo.

Como essas últimas aulas foram assíncronas, solicitou-se, no grupo de *WhatsApp*, que os estudantes de todas as turmas apresentassem uma palavra ou conceito referente ao estudo sobre Circunferência Trigonométrica. Houve uma grande participação dos estudantes, muitos repetiram as palavras utilizadas pelos colegas, outros se expressaram por meio de relatos de experiências a respeito do projeto. Ao fim, todo esse *feedback* dado pelos estudantes foi avaliado como muito positivo para o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

A validação da pesquisa pode ser constatada por meio da apresentação das contribuições para a aprendizagem em matemática a partir do uso do *software* educacional também foram constatadas através de comentários dos alunos postados nos grupos de *WhatsApp* das turmas dos 2º anos:

- Aluno 1: “Conseguí entender melhor a circunferência trigonométrica e a relação entre seus quadrantes. Não só reforcei alguns conceitos básicos, como também aprendi novos conceitos, como secante, cossecante e cotangente, podendo vê-los na prática, por meio do aplicativo, por ser dinâmico e facilitar a compreensão do conteúdo”.

- Aluno 2: “O aplicativo é muito prático e me ajudou a lembrar de alguns conceitos do conteúdo já vistos antes, e trazendo também de fácil entendimento outros conceitos, como a posição dos ângulos e seus quadrantes, além de secante, cossecante e cotangente”.

- Aluno 3: “Eu tinha um pouco de dificuldade para entender os conceitos de circunferência trigonométrica, mas o aplicativo auxiliou bastante no entendimento. Também me ajudou a entender melhor sobre secante, cossecante e cotangente”.

Quanto à aprendizagem em matemática, os Alunos 1 e 2 fazem referência aos quadrantes, relatam que aprenderam sobre “a relação entre seus quadrantes” e a “posição dos seus quadrantes”, ou seja, os alunos compreenderam a representação dos quadrantes, como definida por Dante (2016, p. 30): “os eixos x e y dividem a circunferência trigonométrica em quatro partes congruentes chamadas quadrantes, numeradas de 1 a 4 e contadas a partir de A , no sentido positivo”.

Portanto, verificou-se por meio dos relatos dos três alunos o aprendizado com

a prática do *software* não somente dos conceitos trigonométricos, mas também, sobre os conceitos de secante, cossecante e cotangente, pois o aplicativo demonstra, em sua interface, os valores numéricos correspondentes, além de mostrar graficamente as posições das retas, por isso esse recurso didático contribuiu para a interpretação e a construção de significado desses conceitos.

A seguir, no próximo tópico, apresentam-se as considerações finais deste trabalho, bem como mais reflexões acerca do estudo desenvolvido e do aprendizado e conhecimento adquirido durante a pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Utilizar o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico para ensinar os conceitos básicos de Circunferência Trigonométrica foi uma estratégia para amenizar as diversas dificuldades encontradas pelos estudantes no estudo dessa temática. Essa metodologia oportunizou aos estudantes compreender o objeto do conhecimento por meio da visualização, proporcionando uma aprendizagem significativa.

O projeto de ensino foi criado com o propósito pedagógico voltado especialmente para o ensino e a aprendizagem dos conceitos sobre Circunferência Trigonométrica, voltado para novas práticas educativas que contribuíssem para um processo educativo de qualidade. Por isso, esta pesquisa destaca-se sobre o impacto que uma metodologia de ensino diferenciada pode causar no estudo da Circunferência Trigonométrica, capaz de diversificar, intensificar e provocar o engajamento do estudante.

Esta pesquisa alcançou os resultados esperados, visto que seus objetivos foram atingidos. Este estudo apresentou, por meio de um relato de experiência de uma prática pedagógica, as contribuições do uso do aplicativo móvel Círculo Unitário Trigonométrico para o ensino-aprendizagem dos conceitos básicos da Circunferência Trigonométrica no componente curricular Matemática.

A pesquisa me levou a refletir sobre uma perspectiva de ensino por investigação, ensino por projetos e ensino por pesquisa. Essa abordagem envolveu experiências com alunos em meu cotidiano, inclusive, contribuiu para a minha formação profissional. A colaboração e monitoria no ensino técnico integrado (conforme Anexo B) permitiu outras vivências particulares e de essência própria dos Institutos Federais.

Este trabalho viabilizou a idealização de uma proposta didática a partir de uma prática pedagógica em sala de aula vivenciada por mim. Com o desenvolvimento desta investigação, eu pude crescer como acadêmica da Licenciatura em Matemática. Este estudo foi muito significativo para a minha formação acadêmica, principalmente porque foi desenvolvido no âmbito de formação de professores.

Este estudo também proporcionou outros desdobramentos e experiências acadêmicas, como a realização de uma apresentação oral e publicação do artigo científico intitulado “Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico: Uma Experiência no Ensino Técnico” em anais do evento: XVII Semana de Licenciatura e VIII Seminário

de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (conforme o Anexo C). E este mesmo artigo foi publicado como capítulo do livro digital (*e-book*) Tópicos em Educação Docência, Tecnologias e Inclusão da Editora MultiAtual (ISBN 978-65-89976-21-9 e DOI 5796486) (conforme o Anexo D).

Nesse aspecto, a regência em sala de aula permitiu um olhar mais acentuado sobre a aprendizagem de Matemática, trouxe momentos de reflexão sobre a minha própria prática e favoreceu uma análise da avaliação do aprendizado dos estudantes, com o foco em métodos de ensino eficazes e inovadores.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. Currículo e narrativas digitais em tempos de ubiquidade: criação e integração entre contextos de aprendizagem. **Revista de Educação Pública**, [S. l.], v. 25, n. 59/2, p. 526-546, 2016. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/3833>. Acesso em: 5 maio 2022.
- ANDRADE, Robson Santos de. O uso de aplicativos móveis para o ensino e aprendizagem de Matemática em turmas do Ensino Médio e Superior de Matemática. **Revista Projeção e Docência**, v. 10, n. 2, p. 31-41, 2019. Disponível em: <http://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao3/article/view/1406>. Acesso em: 1 maio 2022.
- AVIZ, Wilamis Micael de Araújo; VASCONCELOS, Audrey Emmely Rodrigues; LOZADA, Claudia de Oliveira. O uso dos aplicativos Photomath e Toon Math no ensino de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 23, p. 721-737, 2021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5142>. Acesso em: 17 mar. 2022.
- BARBOSA, Miquéias Rodrigues; PEREIRA, Kézia Cristiane de Mendonça; NÓBREGA, Luciano Xavier Gomes da; BRAZ, Ricardo Antônio Faustino da Silva. Proposta Investigativa para o estudo das relações trigonométricas utilizando o *software GeoGebra*. **Revista Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte**, v. 2, n. 1, p. 1-16, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufersa.edu.br/rigirn/article/view/10723>. Acesso em: 18 mar. 2022.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; LACERDA, Hannah Dora Garcia. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 490-507, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25666>. Acesso em: 17 mar. 2022.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; SCUCUGLIA, Ricardo R. da Silva; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. 152p.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 11 mar. 2022.
- BUSCH, Carsten; CLAßNITZ Sabine; SELMANAGIĆ, André; STEINICKE, Martin. Developing and Testing a Mobile Learning Games Framework. **Electronic Journal of e-Learning**, v. 13, n. 3, p. 151-166, mar. 2015. Disponível em: <https://academic-publishing.org/index.php/ejel/article/view/1723>. Acesso em: 17 mar. 2022.

CABRAL, Fábio Henrique Marinho. Utilização do aplicativo no ensino da Matemática. **Revista Brasileira de Educação Profissional e Tecnológica**, v. 1, n. 18, p. 1-12, 2020. Disponível em:

<http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/RBEPT/article/view/7939#:~:text=Ap%C3%B3s%20a%20an%C3%A1lise%20dos%20dados,incid%C3%Aancia%20de%20erros%20dos%20alunos>. Acesso em: 17 mar. 2022.

CARNEIRO, Jaíne. O uso do Kahoot! e do Ensino Híbrido como ferramentas de ensino e da aprendizagem em Matemática. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020.

CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO. 26 agosto 2021. App. Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=processing.test.trigonometrycircleandroid&hl=pt_BR&gl=US. Acesso em: 20 fev. 2022.

CONCEIÇÃO, Rilner Moreira da. **Um olhar sobre o ensino da trigonometria em aplicativos de dispositivos móveis para alunos da 1ª série do Ensino Médio**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização Latu Sensu em Metodologia de Ensino da Matemática no Ensino Médio) – Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2015. Disponível em:

<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/handle/riuea/416>. Acesso em: 18 abr. 2017.

COSTA, Bruno de Paula; PEQUENO, Pedro Igor Evangelista; PEREIRA, Cícero da Silva. Dificuldades de aprendizagem da trigonometria. **Anais VI CONEDU**. Campina Grande: Realize, 2019. Disponível em:

<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/59909>. Acesso em: 17 mar. 2022.

COUTINHO, Werbert Augusto; ALMEIDA, Veronica Eloí de; JATOBÁ, Alessandro. Aplicativos móveis em sala de aula: uso e possibilidades para o ensino da Matemática na EJA. **Educação Temática Digital**, v. 23, n. 1 p. 20-43, Campinas, SP, jan./mar. 2021. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/etd/article/view/8656231>. Acesso em: 2 fev. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2016. v. 2.

MARCIANO, Elainy. Círculo Unitário Trigonométrico. 17 julho 2020. Imagem.

Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/circulo-trigonometrico/>. Acesso em: 10 maio 2022.

FEIJÓ, Rachel Saffir Araújo Alves. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria**: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. 2018. 107 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Universidade de Brasília, Brasília, 2018. Disponível em:

<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/handle/riuea/416> . Acesso em: 12 fev. 2022.

HSU, Yu - Chang; CHING, Yu - Hui; CALLAHAN, Janet; BULLOCK, Doug. Enhancing STEM Majors' College Trigonometry Learning through Collaborative

Mobile Apps Coding. **Linking Research and Practice to Improve Learning**, v. 65, n. 1, p. 26-37, jan. 2021. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1283916>. Acesso em: 17 fev. 2022.

KAMBER, D.; TAKACI, D. On problematic aspects in learning trigonometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 49, n. 2, p. 161-175, 2018. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2017.1357846>. Acesso em: 8 mar. 2022.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 7. ed. Campinas: Papirus, 2019.

LOPES, Thiago Beirigo; HARDOIM, Edna Lopes. Utilização de aplicativos gratuitos para atividade de campo no ensino de trigonometria no triângulo retângulo. **Revista Exitus**, Santarém-PA, v. 8, n. 2, p. 219-243, maio/ago. 2018. Disponível em: <https://www.redalyc.org/jatsRepo/5531/553159852010/html/index.html>. Acesso em: 15 mar. 2022.

MACÊDO, Josué Antunes de; ALMEIDA, Samara Neves de; VOELZKE, Marcos Rincon. Descrições de programas livres e gratuitos para o ensino da Matemática. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 4, n. 2, p. 3-19, maio 2016. Disponível em: <http://periodicos.pucminas.br/index.php/abakos/article/view/P.2316-9451.2016v4n2p3>. Acesso em: 15 mar. 2022.

NASCIMENTO, Luísi Emanuely Silveira do; MATHIAS, Carmen Vieira. Sobre as variações de parâmetros das funções trigonométricas: uma aplicação. **Revista Brasileira De Iniciação Científica**, v. 8, e021042, p. 1-21, 2021. Disponível em: <https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rbic/article/view/590>. Acesso em: 15 mar. 2022.

NOVAES, Jean Carlos. Círculo Trigonométrico. 2015. Imagem. Disponível em: <https://matematicabasica.net/circulo-trigonometrico/>. Acesso em: 20 fev. 2022.

OLIVEIRA, Terezinha Maria Ribeiro de; AMARAL, Carmem Lúcia Costa. O uso e exploração de dois aplicativos de celulares, Comics Panel e Stripcreator: uma experiência realizada no ensino de matemática. **Revista Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 6, n. 3, p. 29-45, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/download/44340/pdf>. Acesso em: 15 fev. 2022.

PINHEIRO, Paulo Sérgio Brito; SERUFFO, Marcos César da Rocha; PIRES, Yomara Pinheiro. Experience of Using an Educational Application for Mobile Devices in the Municipality of Castanhal (Experiência de Uso de um Aplicativo Educacional Para Dispositivos Móveis no Município de Castanhal - Pará). **Brazilian Journal of Computers in Education (Revista Brasileira de Informática na Educação – RBIE)**, v. 3, n. 27, p. 242-264, 2012. Disponível em: <https://br-ie.org/pub/index.php/rbie>. Acesso em: 10 fev. 2022.

PREBIANCA, Gicele Vergine Vieira; SANTOS JÚNIOR, Vital Pereira dos; MOMM,

Cristiane Fabíola; SILVA, Leonardo Furtado da; NEHRING, Hannelore. O uso dos softwares educacionais como ferramentas mediacionais e de inclusão tecnológica. **Educação Temática Digital**, Campinas, v. 15, n. 3, p. 474-494, Campinas, set./dez. 2013. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/etd/article/view/1267>. Acesso em: 20 fev. 2022.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do Trabalho Científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed., Novo Hamburgo: Associação Pró-Ensino Superior em Novo Hamburgo - ASPEUR/ Universidade Feevale, 2013.

SANCHES, Tarcisio Tavares; MOCBEL, Miguel Ângelo Rodrigues; CASTRO, Vicente Caldas de; SANTOS, Carlos Augusto Machado dos; MARTINS, Leonardo Gonçalves; OLIVEIRA, Waldma Maíra Menezes de; SILVA, Álvaro Júnior Melo e; FARIAS, Fabricio de Souza. Avaliação da influência de fatores sociais e econômicos no uso da Metodologia PBL + m-learning para o ensino da Matemática. **Renote: Novas Tecnologias na Educação**, v. 17 n. 1, p. 326-335, jul. 2019. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/95800>. Acesso em: 20 fev. 2022.

SANTOS, Jonata Souza dos; HOMA, Agostinho laqchan Ryokiti. A trigonometria para o ensino fundamental e médio com a utilização das tecnologias digitais. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura: Rematec**, v. 13, n. 28, p. 114-126, maio/ago. 2018. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/139>. Acesso em: 4 mar. 2022.

SILVA, Jenekésia Lins da; OLIVEIRA, Carloney Alves de. Possibilidades pedagógicas do uso das tecnologias móveis no ensino de Matemática na perspectiva da m-learning. **BoEM**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 200-221, out. 2018. Disponível em: <file:///C:/Users/Lilian/Downloads/11918-Texto%20do%20artigo-46569-1-10-20181008.pdf>. Acesso em: 24 mar. 2022.

SILVA, Monielle Gomes da; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. Metodologia de Avaliação: Análise da Qualidade de Aplicativos Educacionais para Matemática do Ensino Médio. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 13 n. 1, p. 1- 10, jul. 2015. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/57641>. Acesso em: 24 mar. 2022.

SILVA, Ronildo Cavalcante da; MOURA, Egnilson Miranda de. A construção de um aplicativo no Microsoft Excel como ferramenta mediadora do ensino de funções trigonométricas na Unidade Escolar Professor Abelardo Pereira, em Brejo do Piauí. **Revista da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC)**, v. 7, n. 3, Cuiabá, set./dez. 2019. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/8155>. Acesso em: 15 fev. 2022.

SOUSA, Dayane Trindade de; PEREIRA, Antônia Lilia Soares; PEREIRA, Fábio Soares. Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico: uma experiência no Ensino Técnico. **SEMANA DE LICENCIATURA**, 17.; SEMINÁRIO DE PÓS – GRADUAÇÃO

EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA DE JATAÍ, 8., Jataí, 2021. *In: Anais [...]*. Jataí: IFG, 2021.

SOUZA, Weldon Rafael Correia da Silva, JUNIOR, Valdick Barbosa de Sales. Uma ferramenta de apoio no aprendizado em Trigonometria. **Revista FACIMA, Gestão Digital**, v. 01, n.01, Maceió/AL, p. 210-228, 2016. Disponível em: https://www.facima.edu.br/instituto/revista/arquivos/revista_facima_ano_1_aprendizado_trigonometria.pdf. Acesso em: 18 fev. 2022.

WEIMER, Rafael Diogo; QUARTIERI, Marli Terezinha; CRUZ, Romildo Pereira da; MAMAN, Andréia Spessato de. Utilizando o *software GeoGebra* como ferramenta para o ensino da Trigonometria. **Revista Educação Pública**, fev. 2017. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/17/4/utilizando-o-software-geogebra-como-ferramenta-para-o-ensino-da-trigonometria>. Acesso em: 1 fev. 2022.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.

ANEXO A – HOMOLOGAÇÃO DO PROJETO



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO TOCANTINS
CAMPUS PALMAS

PROJETO DE ENSINO: “APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO”

Dados Básicos

Status: Homologado

Categoria: Ensino

Tipo: Outros

Estimativa de Público: 100

Área Temática: MATEMÁTICA

Data Início da Inscrição: 15/03/2021

Data Término da Inscrição: 19/03/2021

Observação para Inscrições:

Cadastrar corretamente o CPF.

Equipe

Categoria	Nome	CPF	C.H.
Coordenador	—ANTONIA LILIA SOARES PEREIRA	794.548.362-34	20 Horas
Colaborador	—DAYANE TRINDADE DE SOUSA	042.290.761-85	20 Horas

Objetivos

Objetivos Gerais:

Compreender os conceitos sobre Circunferência Trigonométrica (Conceitos Básicos da Trigonometria) e Funções Trigonômicas por meio do Aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico.

Objetivos Específicos:

A partir das aulas sobre circunferência trigonométrica conjuntamente com a demonstração do aplicativo (Círculo unitário Trigonométrico) temos como objetivos específicos: Compreender o ciclo trigonométrico e conceitos básicos de trigonometria; Utilizar o ciclo trigonométrico para compreender as relações trigonométricas; Identificar as unidades de medida de ângulo e arcos no ciclo trigonométrico; Desenvolver habilidades quanto à conversão de medidas de arcos em radiano e em graus. Aprender as operações com arcos, assim como localizá-los na circunferência trigonométrica.

PROJETO DE ENSINO: “APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO”

Página 1/3

Construir, compreender e interpretar os gráficos das funções trigonométricas.

Metodologia:

apresentação do projeto de ensino "APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO" aos estudantes do 2º ano do Ensino Médio Integrado (Curso Técnico em Administração, Eletrotécnica, Informática e Mecatrônica) do Instituto Federal do Tocantins, Campus Palmas ocorrerá nos dias 15 e 16 do mês de março de 2021, inclusive para a abertura das inscrições aos estudantes no projeto. O projeto de ensino será realizado durante o 1º bimestre, entre os dias 15 a 30 março de 2021 com uma carga horária de 20 horas. Tal proposta consiste em atender as demandas dos conteúdos matemáticos sobre Circunferência Trigonométrica e o estudo das Funções Trigonômicas utilizando o aplicativo Círculo Unitário Trigonométrico. O público-alvo desse projeto possui uma estimativa de 80 estudantes. As aulas dessa disciplina para essas turmas, serão ministradas três vezes por semana, com uma duração de 50 minutos cada aula, por turma. Devido a situação atual de crise pandêmica, as aulas serão ministradas de forma síncrona, com atividades assíncronas. As aulas serão gravadas e disponibilizadas pelo YouTube ou pelo drive que comporta as gravações. As aulas ao vivo serão realizadas pelo aplicativo Google Meet, as avaliações e questionários serão propostos por meio de exercícios diversificados pelo Google Forms ou em pdfs que serão postados no mural do Google Classroom, ambiente virtual de aprendizagem utilizado com as turmas de 2º ano pela professora da disciplina.

Justificativa:

Na busca pela dinamicidade e diversificação quanto ao método de ensinar e aprender, principalmente devido a situação na qual estamos vivenciando e no formato das aulas on line, é necessário a adequação e inclusão das tecnologias digitais na metodologia do ensino de matemática, com a finalidade de facilitar a compreensão do aluno, com melhores possibilidades de aprendizagem significativa dos mais diversos conteúdos matemáticos, conforme a BNCC (2018, p. 266) explica que tais "processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional". Dessa maneira, a nossa convivência em uma sociedade em que a tecnologia sofre mudanças contínuas e em ritmos acelerados faz com que a prática pedagógica docente também passe por aperfeiçoamento e transformação. Ainda assim, entre as competências gerais da BNCC (2018, p. 09) encontram-se a compreensão, utilização e criação das tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais para produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. Contudo, buscando novas práticas educativas que possam contribuir para um processo educativo qualificado, este projeto foi elaborado com o propósito pedagógico voltado especialmente para o ensino e aprendizagem dos conceitos fundamentais da Trigonometria e das funções trigonométricas. O aplicativo Círculo unitário Trigonométrico, como ferramenta didática, contribui com a facilidade de compreensão e com o estudo da circunferência trigonométrica, pois permite a visualização de forma interativa das representações gráficas das funções trigonométricas, a conversão de graus e radianos, tabelas, entre outros. Tal aplicativo pode ser facilmente instalado em smartphones por meio do serviço de distribuição digital de aplicativos Google Play Store.

Atividade: PROJETO DE ENSINO: "APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO"

Tipo: Curso

Público Alvo: Estudantes do Ensino Médio Integrado

Quantidade de Vagas: None

Carga Horária: 20,00 Horas

Palestrantes

Categoria	Nome	cpf	C.H.
Palestrante	ANTONIA LILIA SOARES PEREIRA	794.548.362-34	20,00 Horas
Palestrante	DAYANE TRINDADE DE SOUSA	042.290.761-85	20,00 Horas
Instrutor(a)	DAYANE TRINDADE DE SOUSA	042.290.761-85	20,00 Horas

Horários

Data	Manhã		Tarde		Noite
	Início	Término	Início	Término	Término
15/03/2021	07:30	12:00	13:30	18:00	

ANEXO B – CERTIFICADO: COLABORADORA DO PROJETO

**PROJETO DE ENSINO: “APRENDENDO
MATEMÁTICA COM O APLICATIVO
CÍRCULO UNITÁRIO
TRIGONOMÉTRICO”**

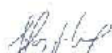


INSTITUTO FEDERAL
Tocantins

CERTIFICADO

CERTIFICAMOS que **DAYANE TRINDADE DE SOUSA** participou como Colaborador, do(a) **PROJETO DE ENSINO: “APRENDENDO MATEMÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO”**, realizado(a) no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - Campus Palmas entre os dias **15/03/21** a **30/03/21**, com carga horária de 20 horas.


Wendell Eduardo Moura Costa
Diretor Geral


Elias José de Lima
Diretor de Ensino

Autenticação: https://si.ifo.edu.br/evento/validar_certificado/1621409714

ANEXO C – CERTIFICADO: APRESENTAÇÃO DO ARTIGO CIENTÍFICO



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Câmpus Jataí



CERTIFICADO

Certificamos que o trabalho **"APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO TÉCNICO"** de autoria de DAYANE TRINDADE DE SOUSA, ANTÔNIA LÍLIA SOARES PEREIRA, FÁBIO SOARES PEREIRA, foi apresentado como Comunicação Oral no dia 22 de junho de 2021 durante a sessão das 14h às 17h na XVII Semana de Licenciatura e VIII Seminário da Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, promovidos pelo IFG - Câmpus Jataí, no período de 21 a 23 de junho de 2021.

Jataí, 16 de junho de 2021

Registro: 24422 - GEPEX - Gerência de Pesquisa, Pós-Graduação e Extensão – IFG Campus Jataí
A autenticidade deste certificado pode ser verificada em eventos.ifg.edu.br/semlic



Mara Rúbia de S. R. Moraes
Profa. Dra. Mara Rúbia de Souza Rodrigues Moraes
Diretora Geral
IFG - Câmpus Jataí

Sarah Oliveira Barbosa
Profa. Sarah Oliveira Barbosa
Presidente da Comissão Organizadora
IFG - Câmpus Jataí

ANEXO D – CERTIFICADO: PUBLICAÇÃO DE CAPÍTULO DE LIVRO



Editora
MultiAtual



Grupo
MultiAtual
Educatonal

CERTIFICADO DE PUBLICAÇÃO

Certificamos que o artigo intitulado **APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO TÉCNICO**, de autoria de **ANTÔNIA LÍLIA SOARES PEREIRA; DAYANE TRINDADE DE SOUSA; FÁBIO SOARES PEREIRA** foi **APROVADO E PUBLICADO** como capítulo da obra do livro digital (e-book) **TÓPICOS EM EDUCAÇÃO: DOCÊNCIA, TECNOLOGIAS E INCLUSÃO**, ISBN 978-85-99976-21-9 e DOI 5796486.

Código de Trabalho: DOI <https://doi.org/10.5281/zenodo.5796486>
Formiga (MG), 24/12/2021 07:07:34.



Jader Luis da Silveira
Editor Chefe - Editora MultiAtual
Prefixo Editorial: 993373
CNPJ 35.335.163/0001-00