



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CLAUCIANE PEREIRA DA SILVA

O USO DO GEOGEBRA NA EJA: UMA PROPOSTA NO ESTUDO DE FUNÇÕES
AFIM E QUADRÁTICA

PALMAS
2022

CLAUCIANE PEREIRA DA SILVA

O USO DO GEOGEBRA NA EJA: UMA PROPOSTA NO ESTUDO DE FUNÇÕES
AFIM E QUADRÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso Superior de Licenciatura
em Matemática, do Instituto Federal do Tocantins,
como exigência à obtenção do título de Licenciada
em Matemática.

Orientador: Prof. Me. César de Oliveira Zica.
Coorientadora: Prof. Dra. Adriana Lopes Leal.

PALMAS
2022

“O bom professor é aquele que se coloca junto com o educando e procura superar com o educando o seu não saber e suas dificuldades, com uma relação de trocas onde ambas as partes aprendem...”
(Paulo freire)

Dedico esse trabalho a todos que contribuíram direta ou indiretamente para minha formação acadêmica.

AGRADEÇO a todos que contribuíram no decorrer dessa jornada, em especial:

A Deus, a quem devo minha vida.

À minha família que sempre me apoiou nos estudos e escolhas tomadas.

Ao meu companheiro Jefferson por me incentivar, apoiar e compreender nos momentos difíceis.

Ao orientador: Prof. Me. César de Oliveira Zica e à coorientadora: Prof. Dra. Adriana Lopes Leal, que tiveram papel fundamental na elaboração desse trabalho.

Aos meus colegas, em especial à Natália e à Gyovanna, pelo companheirismo e disponibilidade para me auxiliar e me dar forças em vários momentos.

RESUMO

Os estudantes que compõem a EJA geralmente possuem uma grande bagagem de experiências práticas fornecidas pela vida. No entanto, na maioria das vezes esses conhecimentos são adquiridos sem embasamento acadêmico e isso faz com que o docente que atua nessa área aumente sua atenção em sala de aula para não desconsiderar tais experiências. O presente trabalho trata-se de um estudo acerca do uso da tecnologia e da informática na educação, dando ênfase ao software educativo GeoGebra como parte do processo de ensino-aprendizagem, e à capacidade de influência que esse software exerce no processo de aprendizagem e no raciocínio matemático. Assim, pretende-se incentivar professores a utilizar as mídias da educação, facilitar o processo de aprendizagem da disciplina de Matemática, avaliar a aceitação da ferramenta por alunos e avaliar a aprendizagem através do mesmo. Não há dúvida de que os recursos computacionais, como os aplicativos dinâmicos de matemática como o Software GeoGebra, permitem-nos compreender de forma clara e objetiva uma série de conteúdos, dentre eles: geometrias plana, analítica e espacial, superfícies quádricas, seções cônicas e gráficos de funções polinomiais.

Palavras-chave: educação de jovens e adultos, educação matemática, funções e gráficos, softwares educativos, GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: tela de início do software GeoGebra.	23
Figura 2: gráfico da função constante, construído a partir do software GeoGebra.	32
Figura 3: função identidade, construída a partir do software GeoGebra.	33
Figura 4: função afim $f(x) = ax + b$ crescente ($a > 0$), construída a partir do software GeoGebra.	34
Figura 5: função afim $f(x) = ax + b$ decrescente (com $a < 0$), construída a partir do software GeoGebra.	35
Figura 6: função linear $f(x) = ax$, construído a partir do software GeoGebra.	36
Figura 7: função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ (com $a > 0$) com concavidade voltada para cima, construída a partir do software GeoGebra.	37
Figura 8: função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ (com $a < 0$) com concavidade voltada para baixo, construída a partir do software GeoGebra.	38
Figura 9: valor máximo e o valor mínimo de funções quadráticas.	40
Figura 10: Entrada do IFTO - Campus Palmas, local de realização da pesquisa.	44
Figura 11: página do Google Classroom, sala de aula online do projeto.	44
Figura 12: print da aula inaugural.	45
Figura 13: gráfico de questão do questionário inicial.	49
Figura 14: gráfico de questão do questionário inicial.	50
Figura 15: gráfico de questão do questionário inicial.	50
Figura 16: gráfico de questão do questionário inicial.	51
Figura 17: gráfico de questão do questionário inicial.	51
Figura 18: forma geral da equação do segundo grau descrita no software GeoGebra.	53
Figura 19: gráfico de questão do questionário final.	54
Figura 20: gráfico de questão do questionário final.	55
Figura 21: gráfico de questão do questionário final.	56
Figura 22: gráfico de questão do questionário final.	57
Figura 23: gráfico de questão do questionário final.	58
Figura 24: gráfico de questão do questionário final.	59
Figura 25: gráfico de questão do questionário final.	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	PROBLEMA DE PESQUISA	12
1.2	JUSTIFICATIVA	14
1.3	OBJETIVOS	16
1.3.1	Objetivo Geral	16
1.3.2	Objetivos Específicos	16
2	EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	17
3	CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA	23
3.1	O USO DO GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	25
3.1.1	O USO DO GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	27
4	ESTUDO DE FUNÇÕES	30
4.1	MATERIAL DIDÁTICO UTILIZADO NOS ESTUDOS DE FUNÇÕES	31
4.1.1	Função Constante	31
4.1.2	Função Identidade	32
4.1.3	Função Afim	33
4.1.4	Função Linear	36
4.1.5	Função Quadrática	36
5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	41
5.1	LOCAL DA PESQUISA	43
5.2	APRENDIZAGENS ESSENCIAIS DA BNCC	45
5.3	AMOSTRA DA PESQUISA	47
5.4	INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS E MÉTODO DE ANÁLISE	47
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	48
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
8	REFERÊNCIAS	63
9	APÊNDICES	67

1 INTRODUÇÃO

Para muitos historiadores, incluindo Rodrigo Azevedo (2018), um importante colunista do jornal curitibano *Gazeta do Povo*, a educação de adultos no Brasil remete ao período colonial com a chegada dos jesuítas por volta de 1550 para a catequização, inicialmente dos indígenas. A princípio era uma educação oferecida para toda faixa etária desse grupo, que tinha como principal objetivo converter a alma do índio brasileiro à fé cristã. Entretanto muitos fatos contribuíram para mudar os rumos da educação, desde a elaboração do primeiro documento curricular brasileiro, o “*Ratio Studiorum*”, em 1599, até a sanção da primeira lei brasileira que tratava exclusivamente da educação, em 1827. Um grande marco no artigo 6º desta lei versava sobre as matérias que os professores deveriam ensinar em sala de aula, entre as quais constava o ensino da leitura, da escrita e da matemática, além de princípios e moral cristã da religião católica e da história do Brasil.

Ainda seguindo o raciocínio do historiador Azevedo (2018), após a proclamação da República, em novembro de 1889, algumas reformas pontuais foram realizadas na tentativa de mudar a realidade dos alunos mais carentes, como a Escola Nova que foi um movimento de renovação do ensino que pregava a educação como uma necessidade social, esse movimento que causou grande impacto com o ideário de direitos iguais para o Brasil, ficou marcada pela tentativa de tornar a educação mais inclusiva e adotar um modelo mais moderno de ensino, voltado para uma educação prática da vida, tendo como base as ideias do filósofo americano John Dewey.

Porém para Cunha (1999) a valorização da educação de adultos, que antes era doutrinária, se efetivou como forma de Educação Tecnicista, sendo influenciada pela era do desenvolvimento industrial. Para a indústria, era necessária mão-de-obra qualificada, que realizasse basicamente as competências de leitura, escrita e realização de operações matemáticas simples. No entanto, a maior parte da população adulta não detinha uma escolarização suficiente que contemplasse essas condições do mercado de trabalho na indústria e a partir dessa necessidade gerada pela indústria, a escola começou a repensar seu currículo e passou a incorporar na sua proposta de trabalho pedagógico a preparação do aluno para o trabalho, isto é, implementando a formação técnica.

Diversos estudiosos da educação adulta como Soares (1996), Cunha (1999) e Freire (2001) relembram que a partir do século XX a Educação de Jovens e Adultos

(EJA) como educação não somente de formação técnica, como também educação acadêmica tomou força, graças à criação de um fundo para Alfabetização de Adultos e depois com a criação da Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (UNESCO) e à primeira campanha do governo brasileiro em 1947, a Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos – CEAA, quando se estruturou o Serviço de Educação de Adultos do Ministério da Educação, reforçando assim a importância da educação de adultos analfabetos no país. Entre a década de 50 e 60 o tema Educação de Jovens e Adultos passou a ser duramente questionado por meio de congressos, publicações e discussões a respeito das dificuldades nesse processo educativo.

Em meio a tantas discussões e busca de reformas, adotou-se o método Paulo Freire na Educação de Jovens e Adultos, por meio da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) aprovada em 1961, a qual instituiu a descentralização do ensino. Esse histórico documento também institui um núcleo de disciplinas comuns a todos os ramos. A LDB por fim passa por várias reformas até os dias atuais, sempre inovando a educação a fim de torná-la mais acessível e funcional para todas as faixas etárias e sociais.

Conforme a Constituição Federal de 1988, todo cidadão tem a garantia do direito à educação e à aprendizagem ao longo da vida (Art. 206, inciso IX), entretanto é comum referir-se à educação a crianças e adolescentes e corriqueiramente passa despercebido a educação de jovens e adultos, e a quase totalidade desse grupo está inserida no mundo do trabalho com responsabilidades domésticas, o que muitas vezes dificulta o processo de ensino-aprendizagem. Para combater essa dificuldade o Plano Nacional de Educação (PNE, 2014 - 2024) traçou uma meta destinada à Educação de Jovens e Adultos (EJA),

A Meta 10 do Plano Nacional de Educação (PNE) traça como objetivo ampliar as matrículas da educação de jovens e adultos (EJA) no ensino fundamental (EF) e no ensino médio (EM) na forma integrada à educação profissional, com vistas a alcançar o valor de 25% do total de matrículas nessa modalidade até o final do Plano. A meta busca estimular os jovens e os adultos a concluírem a educação básica e, ao mesmo tempo, capacitá-los para atuar no mercado de trabalho. Objetiva-se, assim, superar a dicotomia escola-trabalho que muitas vezes é imposta a esse público (PNE, 2014 - 2024, p. 177).

Os estudantes que compõem a EJA geralmente possuem uma grande bagagem de experiências práticas fornecidas pela vida. No entanto, na maioria das

vezes esses conhecimentos são adquiridos sem conhecimento acadêmico e isso faz com que o docente que atua na EJA aumente sua atenção em sala de aula para não desconsiderar tais experiências, atentando em especial às carências desse público geralmente composto por alunos que desistiram de frequentar a escola há muito tempo, excedendo a faixa etária para o ensino regular estabelecida pela LDB. Para tal, é importante a utilização de um produto que possa fazer diferença no processo de ensino-aprendizagem da Educação de Jovens e Adultos, reconhecendo o valor de uma educação de qualidade também para esse público, assegurando todos os direitos e com a mesma qualidade que têm os alunos do ensino fundamental e médio do público não composto por jovens e adultos.

Segundo o estudo realizado por Ponte (1990), atualmente uma das novidades mais promissoras para a educação são as tecnologias de informação e comunicação, que são um conjunto de ferramentas tecnológicas educacionais utilizadas de forma incorporada, que auxiliam na qualidade de ensino dos estudantes da EJA. Esse trabalho objetiva sugerir o estudo de funções através do software GeoGebra, de maneira que a sua utilização possa fazer diferença no processo de ensino-aprendizagem desse público. Dessa forma, espera-se que a aplicação do conteúdo, acompanhado do uso de um software educativo, tenham um papel importante dentro da sala de aula, podendo ser grandes aliados na inclusão digital, social e didático-pedagógica.

Heródoto, um importante historiador grego do século V a.C, já dizia que “para compreender o presente é preciso saber do passado”, e pensando nisso começamos esse trabalho por um breve relato histórico da educação de jovens e adultos no Brasil para entendermos melhor o contexto e as interfaces dessa modalidade de ensino na atualidade. Em seguida apresentaremos o software GeoGebra e sua aplicabilidade no estudo de funções e por fim avaliar como essa metodologia pode acrescentar na educação e na vida desses jovens e adultos estudantes.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

No Brasil, a partir do início do século XXI, os gestores públicos despertaram para o valor das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC's) como instrumento na construção do futuro. A partir de então, políticas públicas foram criadas para que as novas tecnologias impulsionem o desenvolvimento da sociedade.

As TDIC's representam um fator de grande importância para o desenvolvimento da sociedade, tendo como modelos do uso de tecnologias digitais de informação e comunicação os países da Europa Ocidental, os EUA e o Japão. As TDIC's influenciam, diretamente ou indiretamente, a vida social da sociedade, por exemplo, ao utilizar-se um smartphone, assistir-se à TV e até mesmo ao utilizar-se de serviços bancários on-line. Outro ponto de destaque das TDIC's está relacionado ao processo de ensino. As tecnologias têm possibilitado a utilização das ferramentas de comunicação no segmento educacional, permitindo o início e a ascensão da Educação a Distância (EAD) e novas metodologias didáticas utilizadas em sala de aula. Assim, pode-se concluir que as TDIC's já estão inseridas praticamente em todas as sociedades do mundo. Portanto, o uso do computador como um instrumento de ensino tecnológico no ambiente escolar é de grande importância, pois “no momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e técnico ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares” (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 87).

Mesmo com as novas tecnologias que podem contribuir para o processo educativo em todas as modalidades de ensino, ainda se observa que as metodologias que são utilizadas na Educação de Jovens e Adultos em várias escolas seguem um modelo de Educação Bancária definida por Paulo Freire como “um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador, o depositante” (FREIRE, 2017, p. 80). Na concepção bancária de educação, o saber é uma doação, uma transmissão de conhecimento, em que os alunos recebem o depósito do conteúdo. Para Paulo Freire a educação precisa visar a emancipação do aluno, de modo que ele possa participar no seu processo de aprendizagem e avaliação de forma crítica e autônoma (FREIRE, 2001). Tristemente no contexto atual a Educação Bancária, na qual o aluno é apenas um receptor dos conteúdos, sem autonomia e reflexão sobre sua própria aprendizagem, ainda é utilizada principalmente na EJA em que os livros

se tornam o centro do ato educativo, livros que por sinal muitas vezes são inadequados para essa modalidade de ensino.

Peixoto e Araújo (2012) explicam que Freire (2001) é citado, especialmente em textos que partem de sua definição de educação popular, na qual os homens são sujeitos de sua própria educação. Nessa lógica, destaca-se a participação e formação autônoma do aluno, ao mesmo tempo em que se defende o desenvolvimento de uma pedagogia mais crítica. Enquanto Pierre Lévy (1956) é utilizado, principalmente, nos estudos que tratam da “Internet e Educação”, para designar conceitos como “ciberespaço”, “virtual e real”, “ecologia cognitiva”, e para explicar a relação espaço/tempo, entre outros. Pode-se afirmar que esse teórico tem alicerçado o discurso pedagógico sobre os usos do computador, como Jean Piaget (1896 – 1980) que é encontrado nos artigos que tratam do uso do computador na perspectiva da mediação pedagógica e do desenvolvimento da aprendizagem do aluno que utiliza o computador, considerando as chamadas fases de desenvolvimento. Logo temos vários estudiosos que trazem reflexões sobre metodologias ativas, bem como defendem que o uso das tecnologias de informação apresenta diversos benefícios que contribuem para o ensino-aprendizagem tanto dos alunos quanto dos professores.

No entanto esse potencial ainda não tem sido devidamente explorado e integrado ao cotidiano da prática escolar, muitas vezes ficando restrito às discussões teóricas e acadêmicas, como também não há um consenso sobre a eficácia do uso da informática para a aprendizagem.

Tendo em vista o histórico da educação de jovens e adultos e a ascensão das tecnologias faz-se necessário uma investigação acerca do uso do software educacional GeoGebra como ferramenta facilitadora na compreensão de conteúdos escolares em turmas da EJA. Assim, emerge o problema central dessa pesquisa: “quais são os limites e as potencialidades pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra para as aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos?”.

A explicação e análise desses limites e possibilidades poderão abrir um espaço para construção de sequências didáticas mais apropriadas para essa modalidade de ensino, principalmente visando as particularidades do ensino de matemática.

1.2 JUSTIFICATIVA

Ao observar os problemas existentes na educação de jovens e adultos como, por exemplo, a evasão de alunos e a falta de aplicação de metodologias ativas, percebe-se que existem diversos estudos de modelos de métodos e produtos que visam melhorar as aulas nessas turmas. No entanto, dificilmente encontram-se materiais que investigam quais os pontos positivos e negativos dessas ferramentas e quais as conclusões que se pode obter com a inserção de tais metodologias. Pensando nisso, esse trabalho visa investigar o uso do software GeoGebra em turmas da EJA.

O GeoGebra é um software gratuito que pode ser baixado em iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux interativo para todos os níveis de ensino que reúne um grande número de aplicações dentro do ensino da matemática. Essa ferramenta permite ao aluno construir seu próprio conhecimento, criando experiências que facilitam um melhor aprendizado da matéria de maneira que o ensino tenha significância em sua vida. Além do mais, tanto software quanto o aplicativo GeoGebra são fáceis de serem usados e com isso permitem que os alunos vejam de forma prática muitos conteúdos que na maioria das vezes são difíceis de serem visualizados em sala de aula. De acordo com Grandesso (2011), o construcionismo surge como alternativa à forma cientificista de relação com o conhecimento, trazendo uma proposta diferente daquela de acessar as verdades e as informações corretas, por meio do conhecimento empírico. Dessa forma podemos julgar que o uso do GeoGebra dentro da sala de aula como uma ferramenta que virá a contribuir ao conceito do construcionismo, presente na metodologia construtivista.

A educação de jovens e adultos no Brasil passou por uma série de transformações desde o seu surgimento em 1500 com a chegada dos jesuítas, no entanto com o decorrer dos anos foi sendo esquecida de modo que o foco da educação ficasse, quase que todo, voltado para a educação de crianças e adolescentes no ensino regular. Mesmo com a criação dos diversos Planos Nacionais de Educação, os PNE's, ainda se pode observar uma grande evasão de matrículas destinadas a esse público que tanto carece de ensino acadêmico, ensino esse que é direito por lei na constituição federal. Ter sensibilidade quanto a esses assuntos é de grande importância para a formação de profissionais da educação.

E com esse foco eu, enquanto estudante de licenciatura optei por realizar os estágios supervisionados III e IV em turmas da EJA, com o objetivo de entender as necessidades desse público e aplicar e avaliar métodos de ensino que possam vir a diminuir a evasão de alunos e os altos índices de desistência apontados no Monitoramento do Plano Nacional de Educação, inserindo metodologias ativas como, por exemplo, o uso do GeoGebra no estudo de funções afins e funções quadráticas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desse trabalho é contribuir para a qualidade do ensino da matemática na educação de jovens e adultos, bem como para a inclusão digital, social e didático-pedagógica desse público a partir de uma investigação sobre o uso do software GeoGebra como ferramenta facilitadora na compreensão de conteúdos escolares em turmas da EJA, especialmente o estudo de funções afins e quadráticas, articulando recursos tecnológicos e metodologias ativas.

1.3.2 Objetivos Específicos

a) Compreender o uso de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC's) em sala de aula, particularmente no ensino de matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA) e no ensino do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA);

b) Apontar aspectos históricos da EJA que contribuam para o melhor entendimento do contexto atual;

c) Investigar maneiras de tornar o ensino de matemática na EJA mais dinâmico, buscando inserir novas tecnologias;

d) Proporcionar aos estudantes estímulo mental por meio do uso das TDIC's;

e) Apresentar ao professor diferentes formas e recursos para melhorar o ensino de funções afins e quadráticas;

f) Investigar o uso do software educacional GeoGebra como ferramenta facilitadora na compreensão de conteúdos escolares em turmas da EJA.

g) Aplicar sequências didáticas com os conteúdos de funções afins e quadráticas, utilizando o software GeoGebra, em turmas do Módulo 1 do PROEJA do IFTO, Campus Palmas;

h) Avaliar o alcance do GeoGebra nas turmas do PROEJA, Módulo 1.

2 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

A Educação de Adultos no Brasil tem início com a chegada dos portugueses com a chegada dos portugueses no período colonial, porém o principal objetivo desses educadores era a doutrinação cristã e o ensino do idioma. De acordo com Haddad e Di Pierro (2000), no período colonial, os religiosos exerciam ação educativa missionária em grande parte com adultos, inicialmente indígenas e, posteriormente, escravos negros, além de difundir suas doutrinas religiosas; também ensinavam normas de comportamento e os ofícios necessários para a economia colonial.

Para Strelhow (2012), o marco do desenvolvimento da escolarização no Brasil Colônia foi o trabalho realizado pelos jesuítas. O ensino jesuítico juntamente com o apoio da coroa portuguesa constituiu, na época, uma variante da “educação pública religiosa”. No entanto, os jesuítas não foram os únicos religiosos a dar atenção ao problema da educação; outro exemplo foi o trabalho de conversão de indígenas desenvolvido pelos franciscanos. Basicamente, esses planos educacionais que eram, na teoria, voltados para todos, acabavam por catequizar os indígenas e instruir os brancos. Não havia uma relação entre educação e a formação para o trabalho, visto que a principal atividade econômica da época era o trabalho escravo, logo não havia espaço para qualquer interesse em implementar uma oferta de educação abrangente, por mais elementar que fosse.

Concordamos com Haddad e Di Pierro (2000) quando afirmam que além do trabalho dos jesuítas e de outros religiosos a educação colonial popular no Brasil era praticamente inexistente, não passando de uma cristianização, o que só mudou com a chegada da Família Real portuguesa, em 1808, que teve como consequência a criação de escolas superiores, da Biblioteca Pública, do Teatro Real, entre outros, porém todos desenvolvidos para ensino das elites. Com relação à educação complementar, não houve progresso, permaneceu para as elites a opção do ensino privado. Durante o Império, a preocupação da Educação de Adultos foi a de profissionalizar e alfabetizar. Seguiu-se por muitos anos a ideia de que a Educação de Adultos era sinônimo de alfabetização e muito pouco foi feito visando o prosseguimento dos estudos.

Em 1822, a independência do país gerou muita expectativa e entusiasmo na perspectiva de grandes mudanças, entretanto, na prática, a independência não se

mostrou tão sublime quanto esperada (LEITE, 2013). Com a independência política surgiu a necessidade de uma constituição,

Com a desorganização do sistema de ensino produzido pela expulsão dos jesuítas do Brasil em 1759, somente no Império voltaremos a encontrar informações sobre ações educativas no campo da educação de adultos. No campo dos direitos legais, a primeira Constituição brasileira, de 1824, firmou, sob forte influência europeia, a garantia de uma “instrução primária e gratuita para todos os cidadãos”, portanto também para os adultos. Pouco ou quase nada foi realizado neste sentido durante todo o período imperial, mas essa inspiração iluminista tornou-se semente e enraizou-se definitivamente na cultura jurídica, manifestando-se nas Constituições brasileiras posteriores. O direito que nasceu com a norma constitucional de 1824, estendendo a garantia de uma escolarização básica para todos, não passou da intenção legal. A implantação de uma escola de qualidade para todos avançou lentamente ao longo da nossa história. É verdade, também, que tem sido interpretada como direito apenas para as crianças (HADDAD, DI PIERRO, 2000, p. 109).

Analisando as concepções de Leite, nos aspectos educacionais, a primeira Constituição propôs um Plano Nacional de Educação, no entanto é perceptível que a garantia de educação primária e gratuita para todos os cidadãos acabou sendo interpretada como algo exclusivo para as crianças, e assim pode-se concluir que a educação de jovens e adultos passou a ficar em segundo plano, onde quase sempre as experiências práticas fornecidas pela vida não são levadas em consideração e a formação desses como uma tentativa de repetir o trabalho realizado no ensino regular.

A falta de políticas sólidas voltadas para a educação de adultos, em meados da década de 40, começou a ocasionar dados significativos de analfabetismo no país. Diversos estudiosos da educação adulta como Soares (1996), Cunha (1999) e Freire (2001) relembram esse problema e apontam que em meados de 1940 a EJA, como educação não somente de formação técnica, como também educação acadêmica, tomou força, graças à criação de um fundo para Alfabetização de Adultos. Além disso, a criação da Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (UNESCO) e a primeira campanha do governo brasileiro em 1947 – a Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos – CEAA, fortaleceram a EJA. Como descrevem Scortegagna e Conceição (2006, p. 4):

A Campanha de Educação de Adultos pretendia-se numa primeira etapa, uma ação extensiva que previa a alfabetização do curso primário em dois

períodos de sete meses. Depois seguiria uma etapa de “ação em profundidade” voltada à capacitação profissional e ao desenvolvimento comunitário (SCORTEGAGNA; CONCEIÇÃO 2006, p. 4).

Nessa mesma fase, o Serviço de Educação de Adultos do Ministério da Educação foi estruturado, reforçando assim a importância da educação de adultos analfabetos no país. Nessa década foi lançada a campanha de alfabetização em três meses. A alfabetização, que naquela época era condição para participar de eleições, também contribuiu para a criação de escolas de EJA.

Com o tempo o tema Educação de Jovens e Adultos passou a ser duramente questionado por meio de congressos, publicações e discussões a respeito das dificuldades nesse processo educativo, e finalmente, entre o fim da década de 50 até a década de 60, em meio a tantas discussões e busca de reformas, adotou-se o método Paulo Freire na Educação de Jovens e Adultos, o qual consiste na estimulação da alfabetização dos adultos através da discussão de suas experiências de vida entre si, mediante palavras e conhecimento prático presentes na realidade dos alunos, que são decodificadas para a aquisição da palavra escrita e da compreensão do mundo.

Paulo Freire, precursor da educação de jovens e adultos, defende que o conhecimento através da educação é instrumento do homem sobre o mundo. Toda essa ação produz mudança, portanto não é um ato neutro, mas o ato de educar é um ato político. A proposta pedagógica Freireana utiliza como ponto de partida a linguagem e o diálogo, e se caracteriza por ser dinâmica, que se faz e refaz a partir da interação coletiva entre professores e estudantes. Freire recomenda que não basta ler e escrever, mas dar continuidade aos estudos, havendo interação entre educador e educando, tomando como base o contexto social e cultural do aluno, sua realidade de vida. O ato educativo não pode ser um ato passivo, o que era definido por Freire como “educação bancária”, onde o aluno é apenas receptivo à conteúdo escolar.

No período do regime militar de 1964 a 1985 as ideias de educação e alfabetização defendidas por Freire iam de encontro com a nova forma de governo, e com isso surgiu o movimento de alfabetização MOBRL (Movimento Brasileiro de Alfabetização), criado em 1970 pelo governo federal com objetivo de erradicar o analfabetismo do Brasil em dez anos, substituindo a proposta pedagógica Freireana, Paulo Freire (2001) afirma: “O Mobral (Movimento Brasileiro de Alfabetização, implantado durante o regime militar) nasceu para negar meu método, para silenciar meu discurso”.

O Mobral propunha a alfabetização funcional de jovens e adultos, visando conduzir a pessoa humana a adquirir técnicas de leitura, escrita e cálculo como meio de integrá-la à sua comunidade, permitindo melhores condições de vida.

No entanto a ideia do Mobral encontra-se no contexto do regime militar no Brasil, cujo governo passa a controlar os programas de alfabetização de forma centralizada, por isso no Mobral o aluno tinha sua formação crítica limitada, aprendendo a ler e escrever destituído de uma visão de mundo crítica e interventora. Sua pretensão era, portanto, formar sujeitos aptos a consumir e adaptados às novas formas de produção. O programa foi extinto em 1985 e substituído pelo Projeto Educar. A metodologia adotada pelo Mobral era a de capacitar a ler e escrever,

O projeto MOBREAL permite compreender bem esta fase ditatorial por que passou o país. A proposta de educação era toda baseada aos interesses políticos vigentes na época. Por ter de repassar o sentimento de bom comportamento para o povo e justificar os atos da ditadura, esta instituição estendeu seus braços a uma boa parte das populações carentes, através de seus diversos Programas (BELLO,1993).

Paulo Freire se preocupava com a formação crítica dos jovens e adultos. A base da sua metodologia era o diálogo, enquanto que o Mobral usava cartazes, fichas e família silábica, porém não se baseava no diálogo. Nesse sentido, pode-se inferir que o diálogo presente na metodologia Freireana e sua ausência no Mobral como método de ensino de jovens e adultos era a principal característica diferenciadora nesses métodos.

Em 11 de agosto de 1971 a Lei de Diretrizes e Bases — LDB 5692/71 implantou o supletivo. Essa lei dedicou-se especificamente ao ensino de jovens e adultos. Em 1974, o Ministério da Educação (MEC) propôs a implantação dos Centros de Estudos Supletivos (CES), que se organizavam com o trinômio tempo, custo e efetividade. Devido à época vivida pelo país, de inúmeros acordos entre MEC e USAID, Agência dos Estados Unidos para o Desenvolvimento Internacional, um órgão do governo dos Estados Unidos encarregado de distribuir a maior parte da ajuda externa, seguindo as diretrizes do Departamento de Estado americano, esses cursos oferecidos foram fortemente influenciados pelo tecnicismo, adotando-se os módulos instrucionais, o atendimento individualizado, a autoinstrução e a arguição em duas etapas — modular e semestral. Como consequência, ocorreram, então, a evasão, o individualismo, o pragmatismo e a certificação rápida e superficial (SOARES, 1996).

O projeto Mobral veio ao fim no ano de 1985 e deu lugar à Fundação Educar, que apoiava a alfabetização do EJA. Com a promulgação da constituição de 1988 o Estado aumentou o seu compromisso com a educação de jovens e adultos. Segundo Bello (1993) durante a década de 1990, incumbidas pelo governo, ocorreram parcerias entre Ong's (Organizações Não Governamentais), municípios, universidades, grupos informais, fóruns estaduais e nacionais, em prol de melhorias da educação de jovens e adultos, sendo a EJA registrada e intitulada como "Boletim de ação Educativa".

Apenas com a Lei de Diretrizes e Bases de 1996, a Educação de Jovens e Adultos (EJA) passou a ser concebida como uma modalidade de educação básica. Portanto é muito recente a preocupação com uma educação que atenda às demandas de jovens e adultos que, por diversos motivos, não puderam frequentar a escola na idade considerada adequada.

Em 2002 foi criado o Exame Nacional para a Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), com os objetivos principais de ser uma alternativa aos exames supletivos e colaborar para a correção do fluxo escolar. O exame deveria servir também como um instrumento de avaliação das políticas públicas para a EJA, a fim de melhorar a qualidade da modalidade no Brasil. No entanto a criação do exame não agradou a muitos defensores da EJA, visto que esse não estava cumprindo sua função de construção de um parâmetro de qualidade para a modalidade, restringindo-se apenas a oferecer uma oportunidade de certificação para aqueles que não concluíram a educação básica na idade adequada definida pela LDB. Hoje, quase 18 anos após a criação do Exame Nacional Para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), podemos perceber que seu objetivo como parâmetro de qualidade para a modalidade EJA foi totalmente deixado de lado, sua única função é certificar esses jovens e adultos, a fim de melhorar as estatísticas e corrigir o fluxo escolar. Pouco é feito no sentido de pensar em políticas públicas que possam melhorar a qualidade da educação básica de jovens e adultos.

Por meio do Decreto nº. 5.840, de 13 de julho de 2006, o governo federal cria o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Proeja), que tem por objetivo oferecer oportunidade da conclusão da educação básica, juntamente com a formação profissional àqueles que não tiveram acesso ao ensino médio na idade regular. O Proeja é na verdade o nome dado ao ensino EJA é oferecido junto com um curso

técnico. Geralmente os cursos do Proeja são ofertados em Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia.

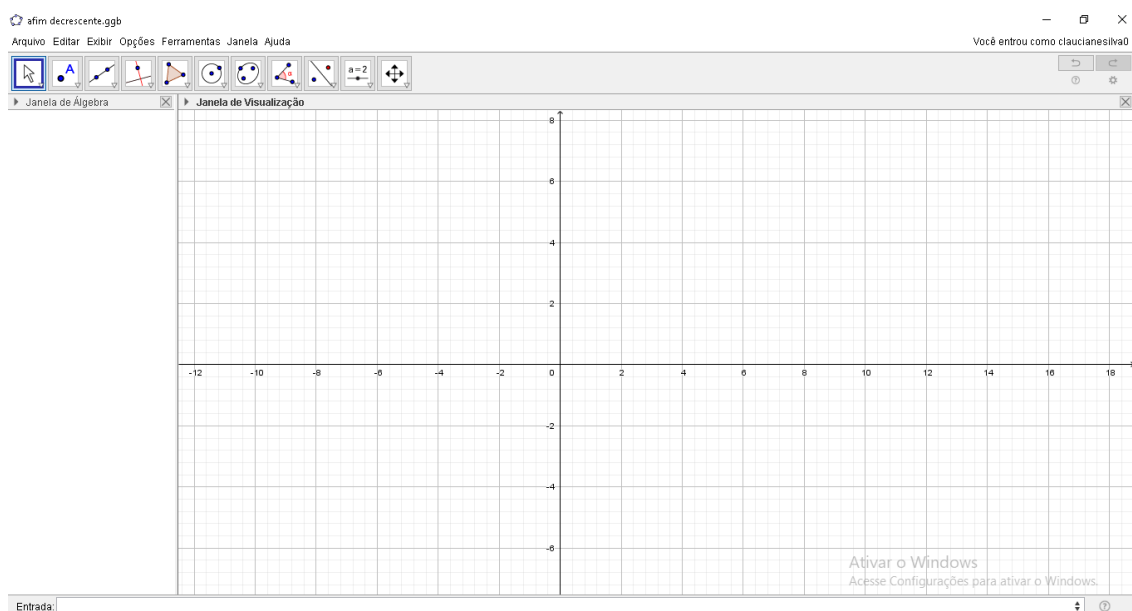
Atualmente a aplicação de exames supletivos e os cursos da EJA são oferecidos nas formas: presencial, semipresencial e à distância (não presencial). A partir das diretrizes e orientações metodológicas apresentadas, no que se refere aos conteúdos, a educação de jovens e adultos deve atender aos preceitos curriculares referentes a cada nível de ensino em que está associada (ensino fundamental e ensino médio), tanto em termos de elaboração dos cursos presenciais como semipresenciais e não-presenciais. Quanto à organização curricular da educação básica, os currículos estabelecidos pela LDB compreendem duas partes, sendo uma delas uma base nacional comum, a ser adotada por todos os sistemas de ensino, e outra diversificada que contemple as características regionais e locais (relativas à sociedade, à cultura, à economia e à clientela), referentes aos respectivos sistemas de ensino. Esse trabalho se refere ao que se deve considerar a realidade do educando. A partir das orientações gerais da Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN, cabe aos sistemas de ensino definirem, em seu âmbito, a estrutura, o currículo, a proposta pedagógica e o devido acompanhamento, tendo por base também as diretrizes curriculares para a educação de jovens e adultos. A própria instituição de ensino pode variar a estrutura e duração do curso obedecendo à legislação educacional.

3 CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

De acordo com o site oficial do programa, www.GeoGebra.org, o GeoGebra é um software interativo para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Estatística, Planilhas de Cálculo, Gráficos, Probabilidade e Cálculo Simbólico.

Ainda no site oficial do programa consta que, o International GeoGebra Institute – IGI é uma organização sem fins lucrativos que desenvolve seu trabalho juntamente com Institutos GeoGebra independentes oficializados em diferentes países. Atualmente os institutos estão presentes em todos os continentes. Segundo o Instituto GeoGebra de São Paulo, o programa foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter e a sua popularidade tem crescido desde então. Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são feitos mais de 300.000 downloads mensais e há 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo. A plataforma GeoGebra possui os seguintes aplicativos GeoGebra gratuitos: Calculadora Gráfica, 3D Calculator, Geometria, GeoGebra Clássico 6, Realidade Aumentada, GeoGebra Clássico 5. A tela de início do software GeoGebra é ilustrado na figura 1.

Figura 1: tela de início do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

Para Rocha (2019) o GeoGebra se tornou líder na área de software de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, ganhou vários prêmios na categoria de software educacional, sendo distribuído gratuitamente, em diversos idiomas para os milhões de usuários pelo mundo.

O GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um software de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única GUI (Interface Gráfica do Utilizador). É escrito em linguagem Java e sua distribuição é gratuita. Foi criado por Markus Hohenwarter, em 2001, na Universidade de Salzburg, para ser utilizado em ambiente escolar. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, entre outros, assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Ou seja, abrange geometria e álgebra (ROCHA, 2019, p. 35).

Uma das grandes vantagens do uso do GeoGebra é o fato do software ser gratuito e poder ser baixado em iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux. Além disso, o software e o aplicativo são fáceis de serem usados e com isso permitem aos alunos verem de forma prática muitos conteúdos que na maioria das vezes são difíceis de serem visualizados em sala de aula, contribuindo assim ao conceito do construcionismo, presente na metodologia construtivista.

Essa ferramenta permite ao aluno construir seu próprio conhecimento, possibilitando a criação de experiências para absorção da matéria de maneira que o ensino tenha significância em sua vida. Ela introduz a tecnologia na sala de aula e assim retira a função do aprendizado apenas dos ouvidos e olhos, levando metodologias mais ativas para turmas da EJA, que são os principais objetivos desse trabalho. Além do mais, o software e o aplicativo GeoGebra são fáceis de serem usados e permitem interação dos professores com os alunos. O GeoGebra pode ser uma poderosa ferramenta de ensino pois pode ser utilizado em muitos conteúdos matemáticos.

3.1 O USO DO GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No atual cenário, onde os limites espaciais e temporais estão difusos e não há limite espacial e temporal, a tecnologia integra e se faz presente em diversos níveis da sociedade. Temos hoje uma cultura globalizada que exige uma conduta crítica, transformadora e proativa. Frequentemente a educação recorre às tecnologias digitais como recurso metodológico, que ampliam as possibilidades, fomentando a produção de conhecimento dentro e fora da sala de aula. Caminhando pelos processos educacionais, a tecnologia apresenta um relevante papel socializador, que agrega conhecimento.

As análises mais criteriosas sobre a aprendizagem de matemática apontam para uma dualidade no atual processo de ensino-aprendizagem. De acordo com D'Ambrósio (1996), de um lado há uma concepção defensora do modelo tradicional, que tem como característica a rigidez, que ainda perdura em grande parte dos livros didáticos, dos programas oficiais e das ações em sala de aula, onde o professor se coloca como depositário de todo o saber e do aluno se espera uma atitude passiva de receptáculo dessas informações. Do outro, observamos uma inquietação, um inconformismo, uma insatisfação crescente frente a esse ensino, que se traduzem numa busca contínua de novas alternativas.

Com isso novas ideias surgem para a prática dos professores e conseqüentemente novas possibilidades para a ocorrência da aprendizagem dos estudantes. Assim como qualquer outra novidade, produzir simpatia de uns e rejeição de outros é benéfico, pois até mesmo as críticas negativas são motivadoras para estudos e pesquisas que ampliam os pontos positivos. Todo esse processo produz uma evolução contínua da pesquisa em Educação e as diferentes linhas de pesquisa, mesmo que nem sempre convergentes, têm uma importância imensurável.

Borges (1998) comenta que as inovações tecnológicas são necessárias pois se entende tecnologia como construção social. Nessa mesma direção, para Balacheff e Kaput (1996), as inúmeras pesquisas indicam que o uso do computador pode se tornar um grande aliado para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, viabilizando a realização de novos tipos de atividades e de novas formas de pensar e agir.

Já segundo Freire e Valente (2009), a abordagem que é usada para o uso dos computadores em sala de aula mantém o mesmo estilo de prática pedagógica vigente na grande maioria das escolas, pois muitas vezes são usados apenas para

instrumentalizar tecnologicamente o ensino já existente, tanto o ensino tradicional quanto sua informatização preparam o indivíduo que se tornará rapidamente despreparado profissionalmente e para a vida em geral.

No entanto o potencial para a educação ofertado pela utilização de tecnologias educacionais ainda não tem sido devidamente explorado e integrado ao cotidiano da prática escolar, muitas vezes ficando restrito às discussões teóricas e acadêmicas, como também não há um consenso sobre a eficácia do uso da informática para a aprendizagem. Tanto é que Barros et al. (2008), em estudo sobre os resultados de pesquisas publicadas acerca dessa temática, concluíram que apesar da crença de que o uso de computadores traz amplos benefícios no Ensino Fundamental e Médio, não existe um corpo suficiente de evidências empíricas que fundamentam tal hipótese. Em contrapartida há muitos trabalhos publicados em revistas especializadas que sinalizam para a relevância do uso da informática nas aulas, como, por exemplo, o trabalho de Medina e Filho (2007), que analisou uma experiência com computador num ambiente colaborativo que mostrou um favorecimento à aprendizagem significativa. Gómez (1997) afirma que mesmo que o uso das tecnologias não seja a solução para os problemas de ensino e de aprendizagem da Matemática, há indícios de que elas se converterão lentamente em um agente catalisador do processo de mudança na educação matemática.

Silva (2012) afirma que o uso de computadores no processo de ensino aprendizagem possibilita um ensino mais dinâmico, não só ao aluno, mas também ao professor. Contudo a escola deve adotar um plano pedagógico para a disciplina específica, aplicando o uso do computador como uma ferramenta útil e viável e não um impasse no ensino.

Tendo em vista o exposto, pode-se concluir que o uso de TIC's na sala de aula, em especial nas aulas de matemática, pode ser benéfico. É evidente que ainda há um longo caminho de estudos para se conseguir comprovar que o uso de tecnologias é totalmente favorável ao ensino-aprendizado dos alunos, principalmente aqueles que carecem de mais auxílio quando se trata de visualização gráfica ou de propriedades que dificilmente seria possível analisar em uma aula com metodologia tradicional. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) já enfatizam a importância dos recursos tecnológicos para a educação, visando a melhoria da qualidade do ensino aprendizagem. Eles afirmam que a informática na educação

possibilita a criação de ambientes de aprendizagem que fazem surgir novas formas de pensar e aprender.

Em um estudo para avaliar a usabilidade do GeoGebra, Volpato, Fortes e Silveira (2018) afirmam que o uso do referido software aprimorou os processos de ensino e de aprendizagem dos tópicos de Geometria Espacial. A motivação dos alunos melhorou, pois eles demonstraram-se interessados em participar das aulas e a buscar novos conhecimentos relacionados aos tópicos estudados. Afirmam ainda que os docentes que lecionaram com o auxílio do GeoGebra pretendem continuar a planejar e utilizar esse recurso tecnológico visando obter melhores resultados no ensino de Matemática,

Concluimos, por meio deste estudo de caso, que a utilização do software GeoGebra trouxe resultados satisfatórios, pois a grande motivação apresentada pelos alunos permitiu uma participação ativa e, conseqüentemente, uma melhoria na aprendizagem. Para trabalhos futuros temos a pretensão de realizar o estudo de outros softwares de outras matérias e aplicá-los na escola (VOLPATO, FORTES E SILVEIRA 2018, p. 79-90).

3.1.1 O USO DO GEOGEBRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, as TDIC's, são muitas vezes erroneamente confundidas apenas com o uso da internet. No entanto, Tedesco (2004, p. 96) explica: "são consideradas Tecnologias da Informação e Comunicação, às redes de informática e dispositivos que interagem com elas". Tedesco (2004), ressalta ainda que essas novas tecnologias: o computador, a internet, a televisão, o rádio, os reprodutores de vídeo e os materiais impressos, não substituem o uso das tecnologias anteriores, sendo necessário um equilíbrio entre novas tecnologias e as tecnologias convencionais, como retroprojetores, escola, até porque essas tecnologias que não são novas ainda podem ter utilidade pedagógica na escola.

Pelo histórico de exclusão que muitas vezes ocorre no ensino de jovens e adultos, os alunos da EJA merecem aulas e trabalhos que sejam mais sensíveis e que aumentem a autoconfiança e a autoestima do aluno, tudo isso com o objetivo de resgatar sua vontade de aprender com a valorização da grande carga de conhecimentos que esse público carrega. Além do mais, o público alvo da EJA carece

de atenção especial, uma vez que a sociedade muitas vezes os vê como fora do padrão e diferentes.

As novas tecnologias vieram para alavancar, remodelar e transformar a prática do ensino, podem e devem ser usadas para revolucionar as metodologias de ensino e aprendizagem, com inovações pedagógicas, construções, pesquisas, projetos, interações e aulas invertidas. O professor passa do papel de detentor do saber para o de facilitador de aprendizagem e, muitas vezes, aprende junto com seus alunos, que passam a ser mais ativos no seu aprendizado.

Quanto a importância do professor nesse processo:

Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Fala-se e propõe-se tanto a distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substituirá o professor. Todos esses serão meios auxiliares para o professor. Mas o professor, incapaz de se utilizar desses meios, não terá espaço na educação. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa (D'AMBROSIO, 2011, p. 79).

Portanto, o professor deve estar muito bem preparado para receber e trabalhar com essas inovações. De fato alguns professores terão dificuldade em aderir às novas tecnologias e no ensino da matemática não deve ser diferente, uma vez que trabalha-se com muitos cálculos, problemas, definições e conteúdos direcionados e normalmente o profissional da matemática tende a ser mais conteudista e tradicional, com aulas expositivas e uso do quadro, giz e canetas, muitas vezes pouco se atentando às dificuldades de seus alunos na compreensão do conteúdo, principalmente com alunos de turmas da EJA que sentem mais dificuldades em visualizar a parte teórica sem a ajuda de algo concreto dentro da sala de aula.

Para atender a tais demandas, faz-se necessário a utilização de metodologias que permitam o aprendizado por descoberta, apresentando um roteiro que leve o aluno a comparar, criar e relacionar a prática com o conhecimento que adquire. No caso da EJA, essa sequência didática deve visar trabalhar duas poderosas potencialidades: a das experiências adquiridas pelos alunos jovens e adultos e a ferramenta tecnológica. Na realidade há uma reordenação do processo de resolução

de problemas matemáticos que nessa proposta seriam resolvidos com o auxílio do computador desde o princípio.

Muitos profissionais e estudantes utilizam a ferramenta GeoGebra para trabalhar diversos temas matemáticos, pois esse software permite interação com alunos e aplicações em álgebra e geometria, além do fato de ser um programa de fácil acesso e manipulação como explica Silva (2019):

O GeoGebra é um software de acesso livre, (pode-se utilizar, copiar e distribuir o aplicativo para fins não comerciais). Arquivos feitos em GeoGebra podem ser vistos através de app instalados, apps online ou mesmo incorporados a páginas da internet onde podem ser usados sem a necessidade da instalação do software (SILVA, 2019, p. 48).

Essa ferramenta pode tornar-se uma grande aliada dos professores e estudantes em sala de aula, pois permite ao aluno construir seu conhecimento, através de comparações, testes, pesquisas, construções, sob a mediação do professor.

4 ESTUDO DE FUNÇÕES

Muitas descobertas matemáticas que nos beneficiam até os dias atuais foram desenvolvidas há décadas. Movidas tanto pela admiração pelos números quanto por sua própria prática profissional, inúmeras pessoas contribuíram para o desenvolvimento da matemática, tendo dedicado anos de suas vidas e incontáveis esforços, deixando assim um legado para o mundo. O pensamento matemático foi evoluindo pela disseminação e pelo compartilhamento, do mesmo modo que todo outro conhecimento.

Miguel Chaquiam (2017) em seu livro *Ensaio Temático: História e Matemática em Sala de Aula*, descreveu sobre o surgimento do termo função e relata que a partir do século XVII começaram a surgir as primeiras ideias sobre o conceito de função com a necessidade de observação dos fenômenos e das leis que buscavam explicá-los. Galileu Galilei (1564 – 1642) e Isaac Newton (1642 – 1727), por exemplo, utilizaram em seus trabalhos algumas noções de lei e dependência, como hoje sabemos, fortemente ligadas ao conceito de função. No século XVIII, Jean Bernoulli, matemático suíço (1667 – 1748), designou valores obtidos por operações entre variáveis e constantes relacionando-os à função. Ainda no século XVIII, Leonhard Euler (1707 – 1783) fez uso da notação atual. Esses são alguns relatos descritos no livro de Chaquiam do uso do termo função ao longo dos séculos, mas é importante deixar claro que foi Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) e Joao Bernoulli (1667 – 1748) quem adotaram a palavra função para suprir a necessidade criada a partir do desenvolvimento do estudo de curvas por meios algébricos, onde o termo passou a ser indispensável para representar quantidades dependentes de alguma variável por meio de uma expressão analítica.

A partir do livro de Miguel Chaquiam (2017) podemos observar que o conceito de função começou a ser formulado ainda no século XVII, com a necessidade de explicar fenômenos a partir de leis. É notório que ao longo de sua construção a definição de função passou por várias alterações. Não se pode negar que a noção de função tornou-se importante para o desenvolvimento da matemática moderna. Em conformidade com a temática de Miguel Chaquiam, Ponte (1990) escreveu,

Finalmente, com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos, iniciada por Cantor (1845 - 1918), a noção de função acabaria por ser estendida já no Século XX de forma a incluir tudo que fossem correspondências arbitrárias

entre quaisquer conjuntos, numéricos ou não. Trata-se de uma evolução que ainda não parou. Da noção de correspondência passou-se a noção de relação. Um parente próximo da ideia de função constituiu um conceito primitivo da Teoria das Categorias (PONTE, 1990, p. 4).

A princípio a ideia de função designava correspondências entre objetos de natureza geométrica. Ponte (1990), no entanto, através do estudo de expressões analíticas dessa ideia impôs-se a esse advento. No que diz respeito à fase histórica em que a noção de função se emaranhava com a de expressão analítica, o matemático soviético Yousehkevithc (1976, p. 97) comentou:

Foi o método analítico de introduzir funções que revolucionou a Matemática, e por causa da sua extraordinária eficiência, reservou um lugar central para a noção de função em todas as ciências exatas (apud PONTE, 1990, p. 4).

4.1 MATERIAL DIDÁTICO UTILIZADO NOS ESTUDOS DE FUNÇÕES

Em lezzi e Murakami (2013, p. 79) vamos encontrar o seguinte esclarecimento: uma função é uma aplicação sendo definida da seguinte forma: Dados dois conjuntos A e B (*), não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou uma *função definida em A com imagens em B* , se e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

$$f \text{ é aplicação de } A \text{ em } B \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists! y \in B \mid (x, y) \in f).$$

4.1.1 Função Constante

Definição

Do ponto de vista de lezzi e Murakami (2013, p. 79), uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função constante* quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre a uma constante $c \in \mathbb{R}$.

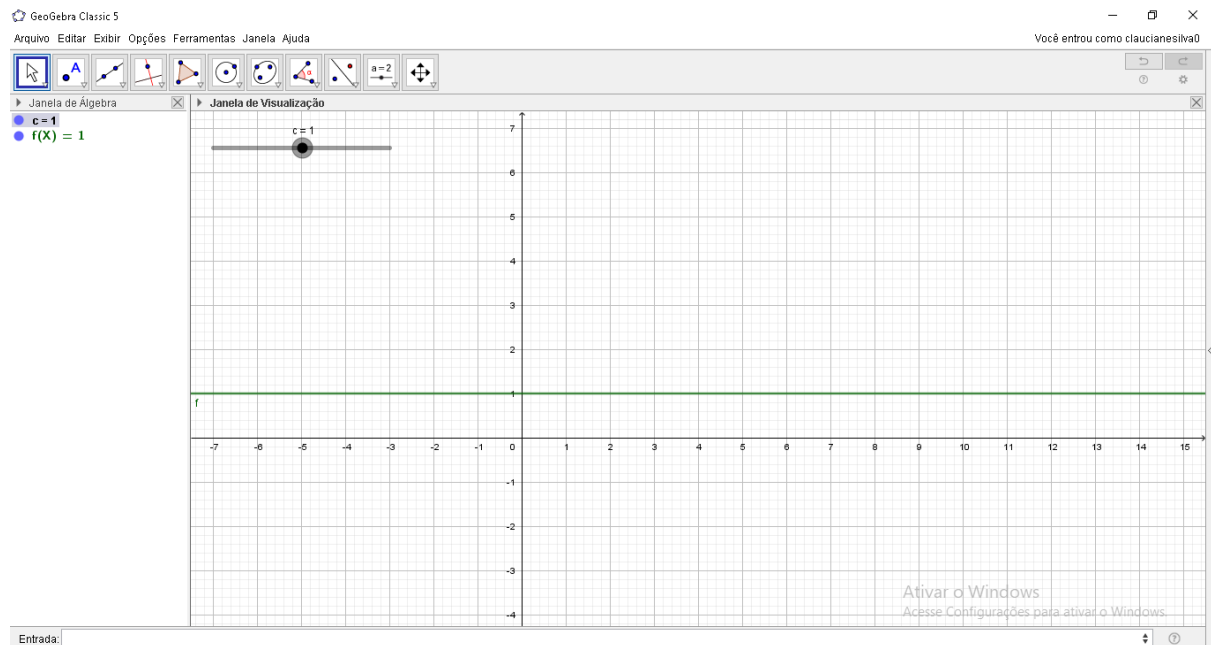
$$f(x) = c.$$

Representação Gráfica

O gráfico da função constante $f(x) = c$, exemplificado na figura 2, é sempre uma reta paralela ao eixo $0x$ passando pelo ponto $(0,c)$.

A imagem é o conjunto $Im = \{c\}$.

Figura 2: gráfico da função constante, construído a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

4.1.2 Função Identidade

Definição

Iezzi e Murakami (2013, p. 79) afirmam que uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função identidade* quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o próprio x , isto é:

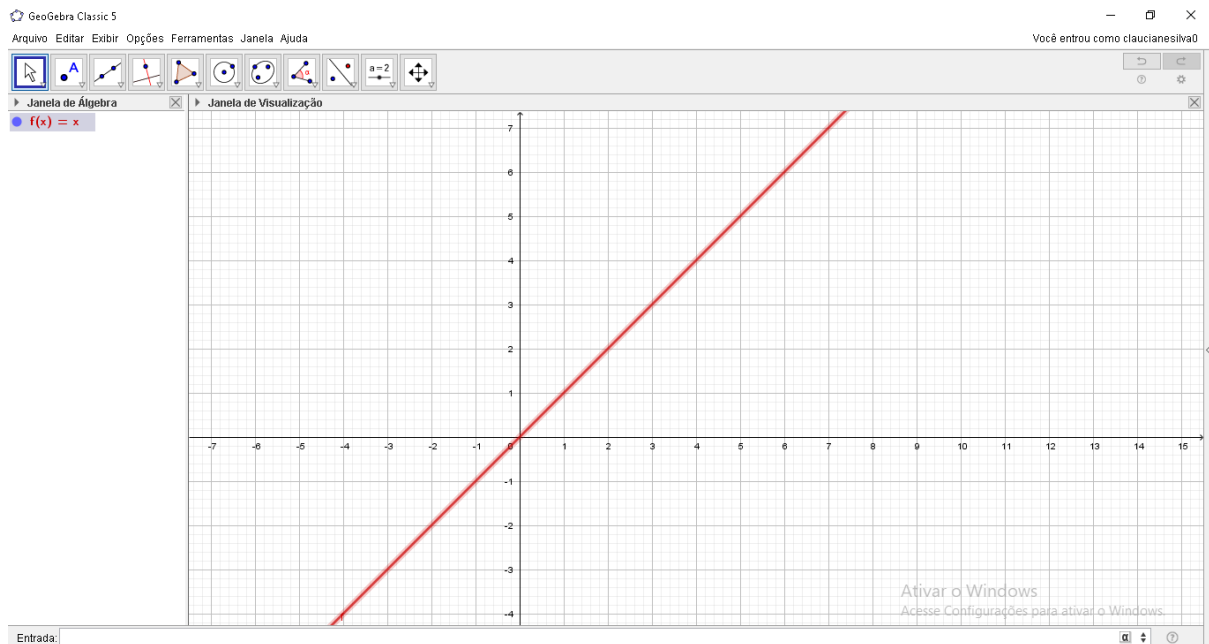
$$f(x) = x.$$

Representação Gráfica

O gráfico da função identidade, exemplificado na figura 3, é uma reta que passa pela origem do plano cartesiano.

A imagem é $Im = \mathbb{R}$.

Figura 3: função identidade, construída a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

4.1.3 Função Afim

Definição

Ainda de acordo com Iezzi e Murakami (2013, p. 100), uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função afim* quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$ e b são números reais dados:

$$f(x) = ax + b \quad (a \neq 0).$$

Representação Gráfica

A representação gráfica no plano cartesiano de uma função afim é uma reta.

Segundo Iezzi e Murakami o conjunto imagem da função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, é $\mathbb{R}$.

O coeficiente a da função $y = ax + b$ é denominado coeficiente angular ou declividade da reta representada no plano cartesiano.

O coeficiente b da função $y = ax + b$ é denominado coeficiente linear.

A função $f: A \rightarrow B$ definida por $y = f(x)$ é crescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1 , com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) < f(x_2)$:

$$(\forall x_1, x_2)(x_1 < x_2, \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)) \text{ ou ainda}$$

$$(\forall x_1, x_2)(x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0).$$

A função $f: A \rightarrow B$ definida por $y = f(x)$ é decrescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1 , $x_1 < x_2$, tem-se $f(x_1) > f(x_2)$:

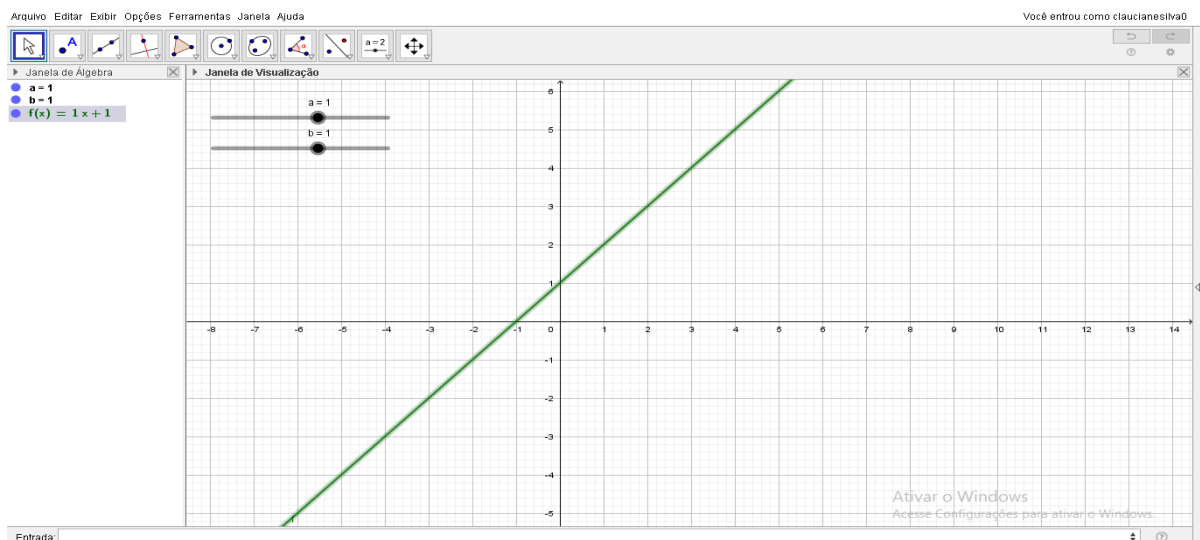
$$(\forall x_1, x_2)(x_1 < x_2, \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)) \text{ ou ainda}$$

$$(\forall x_1, x_2)(x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0).$$

A função afim $f(x) = ax + b$ é crescente se, e somente se, o coeficiente angular a for positivo.

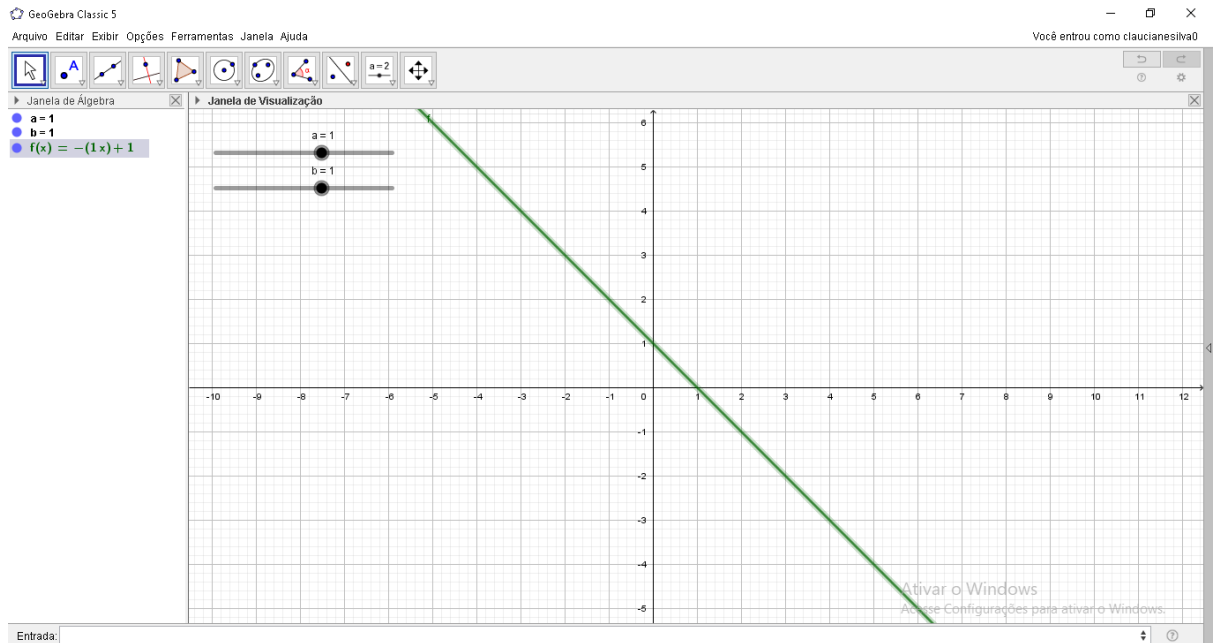
A função afim $f(x) = ax + b$ é decrescente se, e somente se, o coeficiente angular a for negativo. As figuras 4 e 5 exemplificam esses dois tipos de função afim.

Figura 4: função afim $f(x) = ax + b$ crescente ($a > 0$), construída a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

Figura 5: função afim $f(x) = ax + b$ decrescente (com $a < 0$), construída a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

Zero da Função Afim

O zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$:

$$x \text{ é zero de } y = f(x) \Leftrightarrow f(x) = 0.$$

Para Iezzi e Murakami (2014, p.108), para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação do 1º grau:

$$ax + b = 0$$

que apresenta uma única solução

$$x = -\frac{b}{a}.$$

De fato, resolvendo $ax + b = 0$, $a \neq 0$, temos:

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

4.1.4 Função Linear

Definição

Iezzi e Murakami (2013, p. 137) definem uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ como *função linear* quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $ax \in \mathbb{R}$ em que $a \neq 0$ é um número real dado, isto é:

$$f(x) = ax \quad (a \neq 0).$$

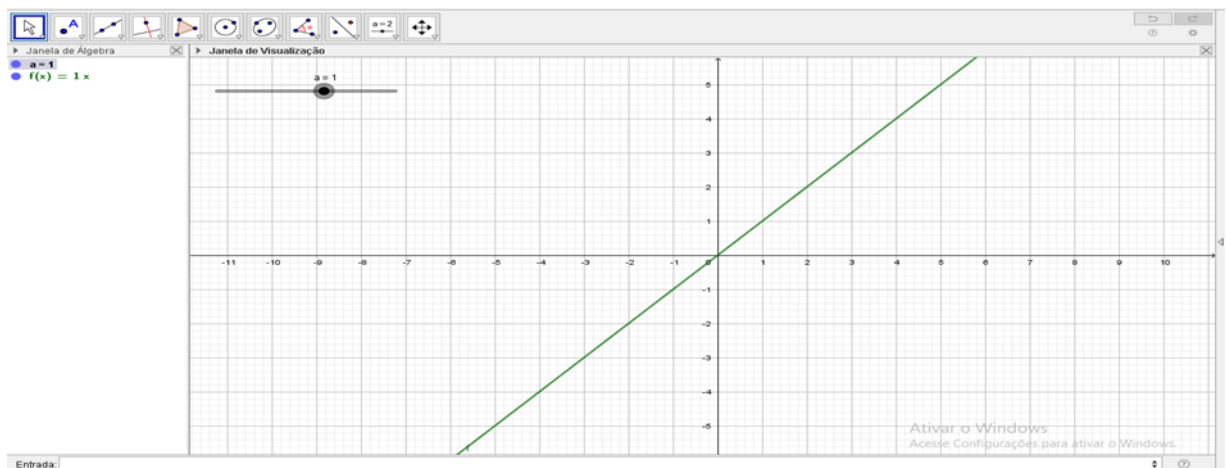
Representação Gráfica

O gráfico da função linear, figura 6, é uma reta que passa pela origem.

A imagem é o conjunto $\text{Im} = \mathbb{R}$.

Podemos perceber que a função linear é um caso particular da função afim, onde $b = 0$.

Figura 6: função linear $f(x) = ax$, construído a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

4.1.5 Função Quadrática

Definição

Iezzi e Murakami (2013, p. 137) conceituam que uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função quadrática* ou do 2º grau quando associa a cada $x \in \mathbb{R}$ o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$, em que a, b e c são números reais dados e $a \neq 0$:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0.$$

Representação Gráfica

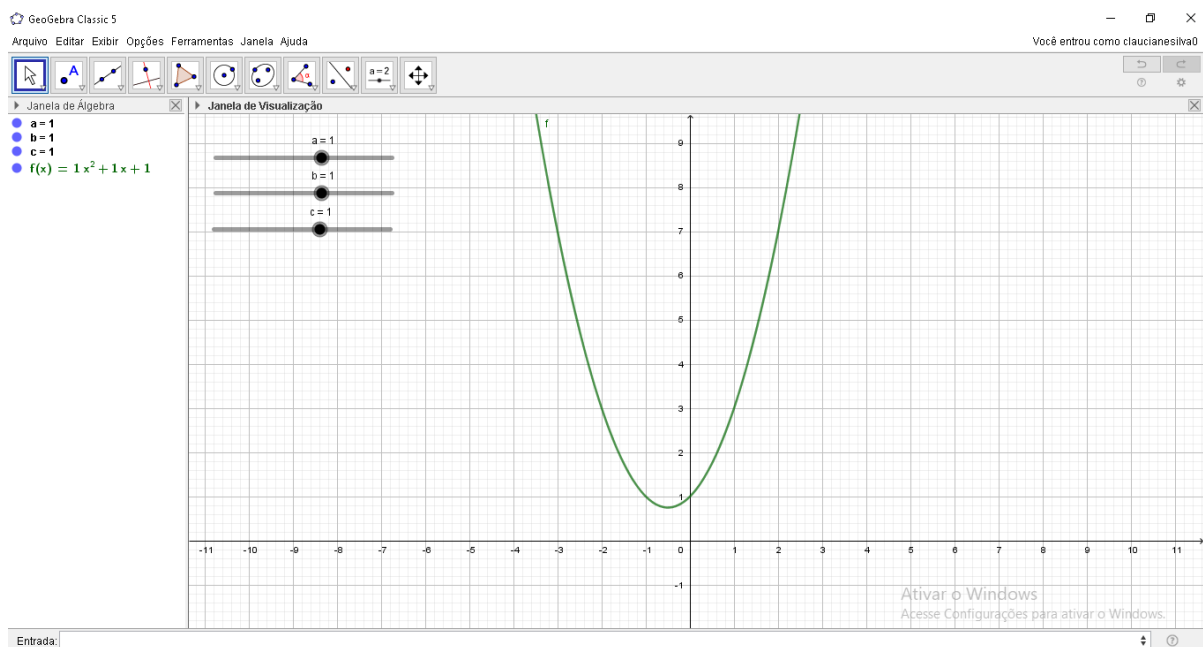
O gráfico da função quadrática é uma parábola.

A parábola representativa da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ pode ter a concavidade voltada para “cima” ou para “baixo”:

Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima, representado pela figura 7;

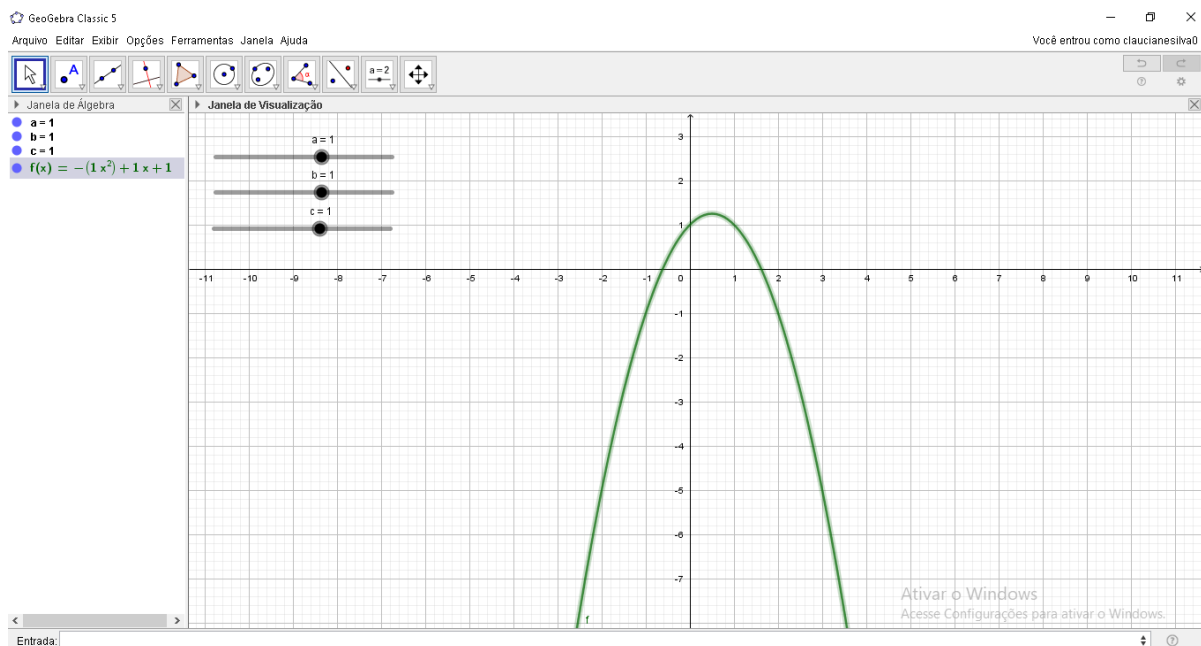
Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo, representado pela figura 8.

Figura 7: função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ (com $a > 0$) com concavidade voltada para cima, construída a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

Figura 8: função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ (com $a < 0$) com concavidade voltada para baixo, construída a partir do software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

Forma Canônica

Iezzi e Murakami (2013, p. 139) através de alguns artifícios matemáticos reescrevem a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ de uma forma mais conveniente para um estudo analítico e mais detalhado, chamada forma canônica:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right] \\ &= \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Representando $b^2 - 4ac$ por Δ , também chamado discriminante do trinômio do segundo grau, temos a forma canônica,

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right].$$

Zero da Função Quadrática

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Utilizando a forma canônica, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

A existência de raízes reais para a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c$ fica condicionada ao fato de $\sqrt{\Delta}$ ser real. Assim, temos três casos a considerar:

1º: $\Delta > 0$, a equação apresentará duas raízes distintas que são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

e

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

2º: $\Delta = 0$, a equação apresentará duas raízes iguais, que são:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

ou simplesmente,

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}.$$

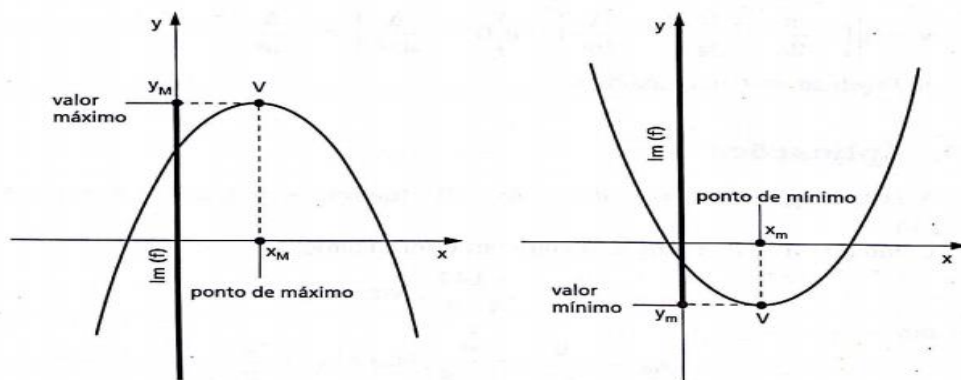
3º: $\Delta < 0$, sabendo que nesse caso $\sqrt{\Delta} \notin \mathbb{R}$, diremos que a equação não apresenta raízes reais.

Iezzi e Murakami (2013, p. 145) dizem que o número $y_M \in Im(f)$ é o valor máximo da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_M \geq y$ para qualquer $y \in Im(f)$. O número $x_M \in D(f)$ tal que $y_M = f(x_M)$ é chamado de ponto máximo da função.

O número $y_m \in Im(f)$ é o valor mínimo da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_m \leq y$ para qualquer $y \in Im(f)$. O número $x_m \in D(f)$ tal que $y_m = f(x_m)$ é chamado de ponto mínimo da função.

A figura 9 exemplifica o valor máximo e o ponto máximo bem como o valor mínimo e o ponto mínimo:

Figura 9: valor máximo e o valor mínimo de funções quadráticas.



(Fonte: Iezzi e Murakami, 2013, p. 145)

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A educação de jovens e adultos é um direito obrigatório garantido por lei, considerando as experiências não-formais, que inclui no currículo vivências e práticas, de forma a permitir a interação e o diálogo entre os educandos.

O parecer da EJA vai se movendo em direção ao de educação popular na medida em que a realidade começa a fazer exigência à sensibilidade e a competência científica dos educadores. Uma dessas exigências tem a ver com a compreensão crítica dos professores de que vem ocorrendo na cotidianidade do meio popular (GADOTTI, 2003).

Atento a essa sensibilidade, é de extrema importância buscar meios para garantir os direitos desses alunos. Segundo Gil,

a pesquisa é definida como: (...) procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão de resultados (2007, p.17).

Com o desejo de conhecer a modalidade de ensino EJA, além do conhecimento adquirido na graduação de Matemática, essa pesquisa tem como objetivo aprofundar a utilização de softwares educacionais na sala de aula e identificar quais são os limites e as potencialidades pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra para as aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos. O alcance desses objetivos levou a produzir uma pesquisa qualitativa, embasada nos dados obtidos nas componentes estágios curriculares supervisionados obrigatórios III e IV do curso de Licenciatura em Matemática.

O desenvolvimento desse trabalho se deu com base no método de pesquisa denominado pesquisa-ação. De acordo com Engel (2000, p. 182), “como o próprio nome já diz, a pesquisa-ação procura unir a pesquisa à ação ou prática, isto é, desenvolver o conhecimento e a compreensão como parte da prática”.

Seguindo as etapas da pesquisa-ação, esse trabalho foi realizado em fases, tendo em vista o problema de pesquisa: “Quais são os limites e as potencialidades pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra para as aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos?”.

A definição do universo dessa pesquisa não foi feita de forma aleatória, mas baseada em critérios pré-estabelecidos que favorecem a obtenção dos dados e, por conseguinte, as respostas ao problema de pesquisa. Assim, a escolha das turmas do Proeja se deu principalmente por uma necessidade particular de entender como funciona a educação para jovens e adultos e pela vontade de contribuir para a qualidade no ensino da matemática nessa modalidade de ensino, e por fim a escolha da abordagem do uso de tecnologia na turma do módulo 1 do PROEJA do IFTO, Campus Palmas se deu pelo fato da execução dos estágios supervisionados III e IV poderem serem feitos com essa turma.

O planejamento e execução da regência na EJA foi baseado na dinâmica denominada de Três Momentos Pedagógicos. Delizoicov e Angotti (1990) caracterizam a abordagem dos Três Momentos Pedagógicos em três etapas: Problemática inicial, Organização do conhecimento e Aplicação do conhecimento.

1ª) Problemática Inicial: segundo os autores, Delizoicov e Angotti (1990), é nessa etapa que se apresentam questões e situações para discussão com os alunos, com o intuito de relacionar o estudo de um conteúdo com situações reais que eles conhecem e presenciam, mas que não conseguem interpretar completa ou corretamente porque provavelmente não dispõem de conhecimentos científicos suficientes para tal. Portanto, nesse primeiro momento o tema será abordado utilizando situações cotidianas dos alunos para que eles consigam visualizar o conteúdo em situações rotineiras.

2ª) Organização do Conhecimento: Delizoicov e Angotti (1990) explicam que nesse segundo momento os conhecimentos Matemáticos necessários para a compreensão do tema e da problemática inicial devem ser sistematicamente estudados sob orientação do professor. Definições, conceitos, relações, propriedades e representação gráfica presentes no texto introdutório, serão agora aprofundados com o auxílio do software GeoGebra como ferramenta facilitadora na compreensão da parte teórica do tema.

3ª) Aplicação do Conhecimento: essa é a última etapa e nela aborda-se sistematicamente o conhecimento que vem sendo incorporado pelo aluno para analisar e interpretar tanto situações iniciais que determinaram o seu estudo, como outras situações que não estejam diretamente ligadas ao motivo inicial, mas que são explicadas pelo mesmo conhecimento (Delizoicov e Angotti, 1990). Exercícios de

fixação e exemplos resolvidos serão utilizados para que o aluno encontre uma relação entre a teoria e a prática.

É importante salientar que o procedimento metodológico escolhido para esse trabalho de conclusão de curso foi o método pesquisa-ação, enquanto o procedimento metodológico abordado durante a regência na turma do módulo 1 do PROEJA, o qual serviu de base para coleta de dados, foi a dinâmica denominada Três Momentos Pedagógicos.

Tendo em vista a problemática, o software GeoGebra foi aplicado seguindo a dinâmica Três Momentos Pedagógicos na turma do módulo 1 do PROEJA como implementação e desenvolvimento do plano de ação, a fim de coletar dados para avaliação dos efeitos da implementação do plano e somente no fim dessa pesquisa realizar a avaliação do plano de intervenção realizando a comunicação dos resultados apresentados nesse trabalho.

5.1 LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada por meio do projeto de estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática em parceria com a turma do PROEJA no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – Campus Palmas (figura 10). A execução da pesquisa aconteceu de forma remota e ferramentas oferecidas gratuitamente como WhatsApp, Google Classroom, Google meet, Google forms e GeoGebra foram eleitas para promover as aulas e manter o vínculo entre os estagiandos e estudantes da Educação de Jovens e Adultos do IFTO. Para melhor atender às necessidades dos estudantes da PROEJA, os quais trabalham durante o dia e estudam a noite, foi acordado que o projeto de regência dos estágios III e IV, que serviu de base para essa pesquisa, fosse executado aos sábados, intercalando momento síncrono das 16 horas às 18 horas exemplificado pela figura 12, e monitorias individuais assíncronas das 14 horas às 18 horas, e todas as aulas eram disponibilizadas no Google Classroom, a figura 11 apresenta a página da sala de aula online.

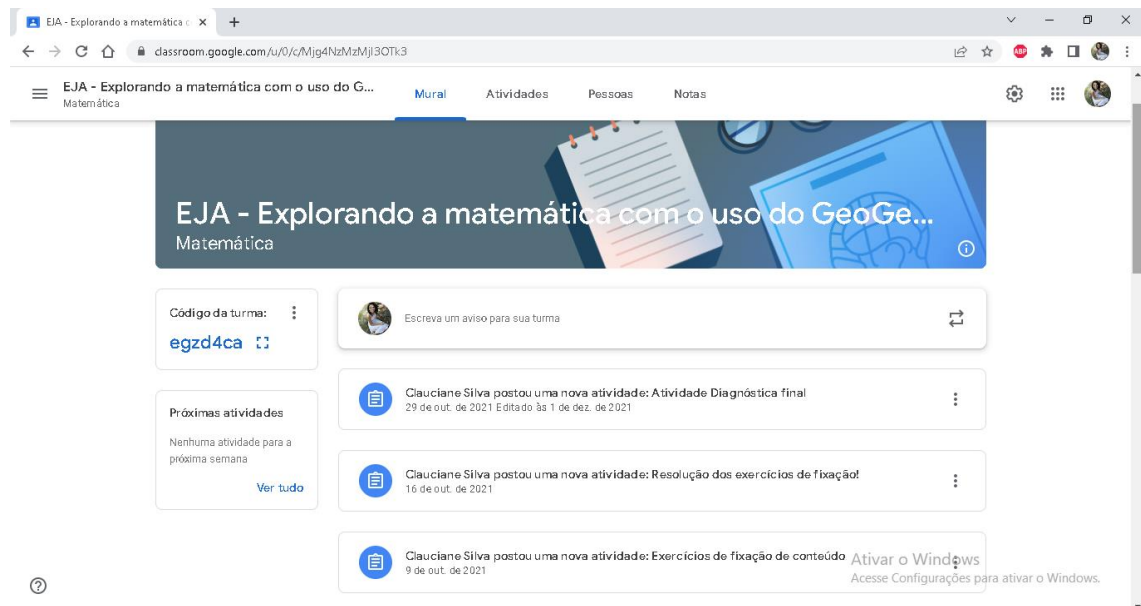
Foi realizada a pesquisa de campo qualitativa, com intuito de produzir fontes sobre o objeto investigado e dialogar com elas. As informações levantadas sobre o objeto de pesquisa proporcionaram o contato direto entre sujeito e objeto, de forma a explorar os dados que estão eminentemente vinculados com a realidade investigada.

Figura 10: Entrada do IFTO - Campus Palmas, local de realização da pesquisa.



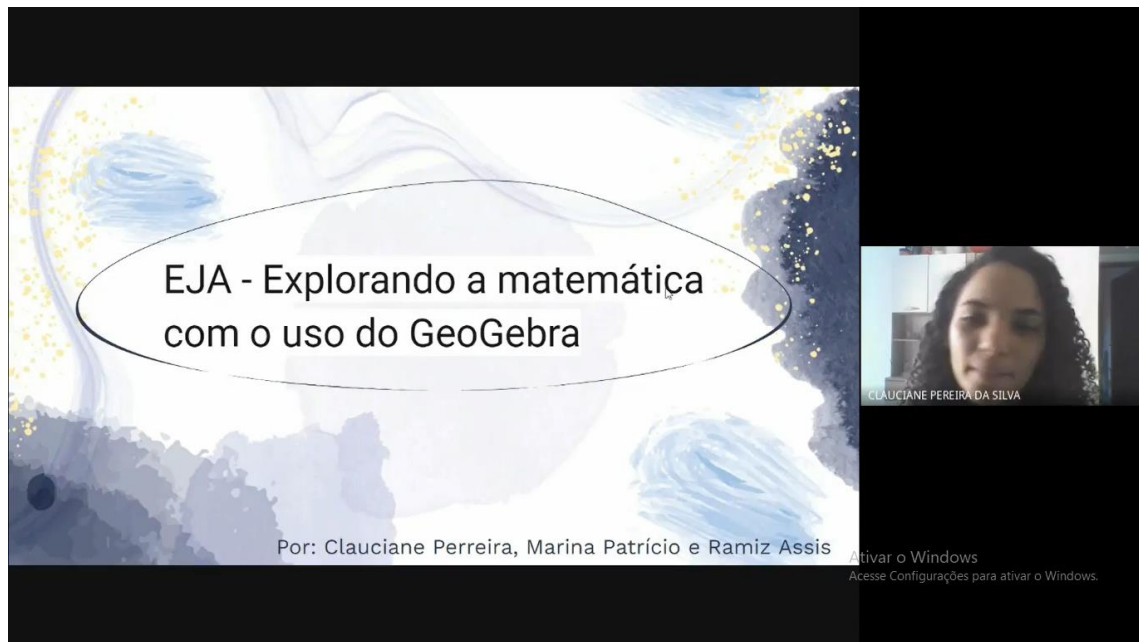
(Fonte: edu.com.br)

Figura 11: página do Google Classroom, sala de aula online do projeto.



(Fonte: o autor, 2022)

Figura 12: print da aula inaugural.



(Fonte: o autor, 2022)

5.2 APRENDIZAGENS ESSENCIAIS DA BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Durante a execução desse projeto foi possível trabalhar-se com várias competências específicas estabelecidas na BNCC descritas na tabela 1.

Tabela 1 - competências específicas exploradas na pesquisa.

Código alfanumérico	Habilidades
(EM13MAT701)	Explorar tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC), compreendendo seus princípios e funcionalidades, e utilizá-las de modo ético, criativo, responsável e adequado a práticas de linguagem em diferentes contextos.
(EM13MAT702)	Avaliar o impacto das tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) na formação do sujeito e em suas práticas sociais, para fazer uso crítico dessa mídia em práticas de seleção, compreensão e produção de discursos em ambiente digital.

(EM13MAT302)	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT401)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT501)	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502)	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT503)	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302)	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT401)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

5.3 AMOSTRA DA PESQUISA

A amostra da pesquisa realizada foi composta de alunos pertencentes ao módulo 1 de turmas de PROEJA do IFTO, Campus Palmas, onde são oferecidos cursos técnicos subsequentes, cursos técnicos integrados ao ensino médio, cursos de graduação, cursos de pós-graduação e cursos do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Proeja).

Com a autorização do professor regente da turma foi realizada a divulgação do projeto de regência de estágio. Depois de algumas semanas de divulgação, sete alunos se voluntariaram para participar do projeto e posteriormente da pesquisa desse trabalho, que consistiu na aplicação de dois questionários diagnósticos, aulas síncronas quinzenais e assíncronas quinzenais, realizadas intercaladamente, às tardes de sábados.

5.4 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS E MÉTODO DE ANÁLISE

No processo de coleta de dados foram analisados quais seriam os procedimentos mais adequados a essa pesquisa, de forma clara e objetiva, com vistas a tornar a pesquisa simplificada e segura. Dessa forma foi escolhido o Google Forms para aplicar os questionários. De início, antes de se iniciarem as aulas, foi aplicado um teste diagnóstico inicial para avaliar o nível de conhecimento dos alunos acerca do uso do GeoGebra e das funções afins e quadráticas. Ao finalizarem as aulas, outro teste diagnóstico foi executado e, desse modo, ao analisar-se os dois diagnósticos, foi possível ter-se uma noção acerca do problema de pesquisa e estabelecer-se uma resposta.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Essa pesquisa possibilitou um estudo sobre os limites e as potencialidades pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra para as aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos. Através desse estudo buscou-se compreender a importância dessa metodologia utilizada no dia a dia e o sentido que ela faz na vida dos alunos, bem como na vida do docente que atua nessa modalidade de ensino.

Considerando que a modalidade de ensino EJA tem papel essencial na aprendizagem desse público, é inegável o quanto novas metodologias são importantes para uma melhor absorção do conteúdo. É observável ainda que didáticas como os três momentos pedagógicos só vêm a somar no processo de aprendizagem desses alunos, haja vista que esse método respeita a grande bagagem de conhecimento desses jovens e adultos.

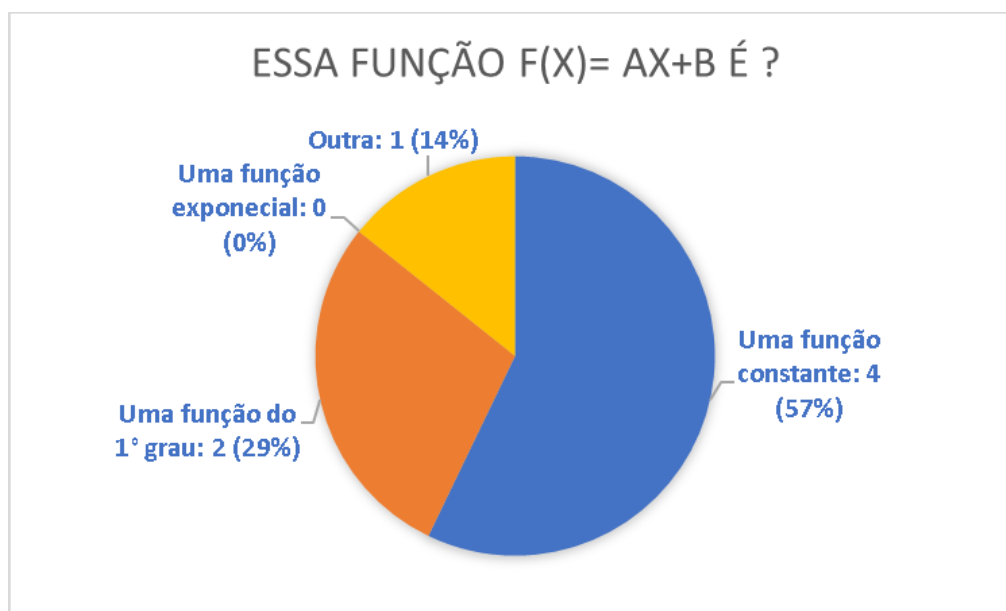
A coleta de dados durante a execução do projeto de estágio ocorreu totalmente de forma remota. Antes de qualquer decisão ser tomada, foi realizada uma observação nas aulas da turma escolhida de PROEJA. Durante as observações foi possível constatar que muitos alunos tinham dificuldade em visualizar o conteúdo teórico e, na maioria das vezes, não conseguiam associar a teoria à prática. Tendo em vista esse fato, percebe-se que o software GeoGebra pode-se mostrar um grande facilitador.

Foi aplicado um teste diagnóstico inicial, descrito no APÊNDICE A, com perguntas simples e diretas e de fácil entendimento, considerando que o objetivo desse teste foi diagnosticar as principais dificuldades e, dessa forma, organizar os dados de modo que as aulas não ocorressem de forma linear mas paralela aos conhecimentos que os alunos já possuem.

Para a aplicação do teste inicial foi determinado um prazo de uma semana para que os sete estudantes pudessem responder. Um dado importante de ressaltar, para a coleta desses dados os alunos fizeram dois testes, um inicial, antes das aulas com o auxílio do GeoGebra e outro final, após as aulas, conveniou-se adotar valores para os coeficientes a , b e c diferentes de 0, portanto em cada uma das questões onde aparece algum desses coeficientes consideramos o diferente de 0.

Com a coleta dos dados, ao tratar do reconhecimento da forma geral da função afim, percebe-se por meio da figura 13 que apenas 29% dos alunos conseguem identificar, ou seja, apenas dois dos sete alunos distinguir a forma geral de uma função afim.

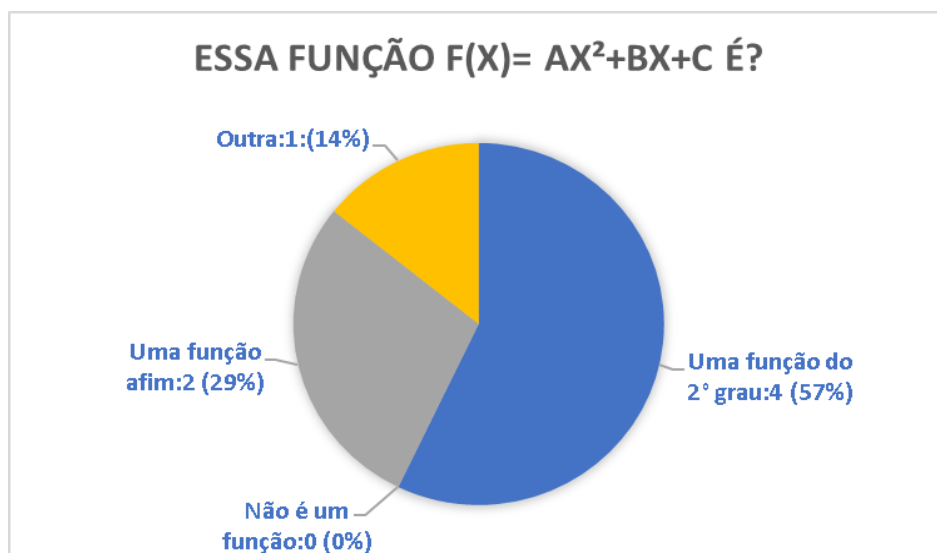
Figura 13: gráfico de questão do questionário inicial.



(Fonte: Dados coletados pela autora junto ao número total de alunos entrevistados)

As informações coletadas e representadas graficamente através da figura 14 revelam que quatro dos sete alunos entrevistados identificaram corretamente a forma geral da função quadrática. Isso representa 57% dos estudantes que responderam ao questionário inicial.

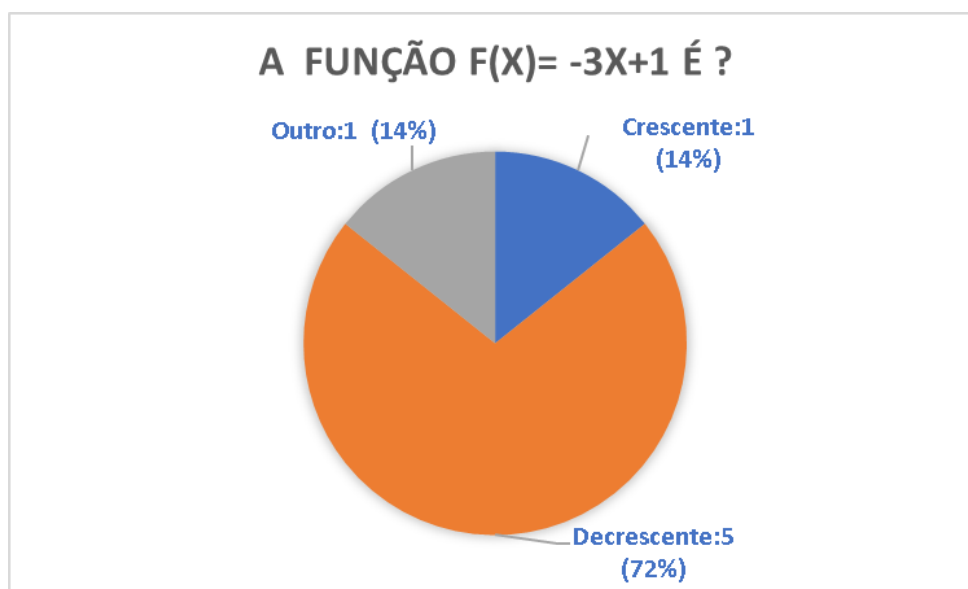
Figura 14: gráfico de questão do questionário inicial.



(Fonte: Dados coletados pela autora junto ao número total de alunos entrevistados)

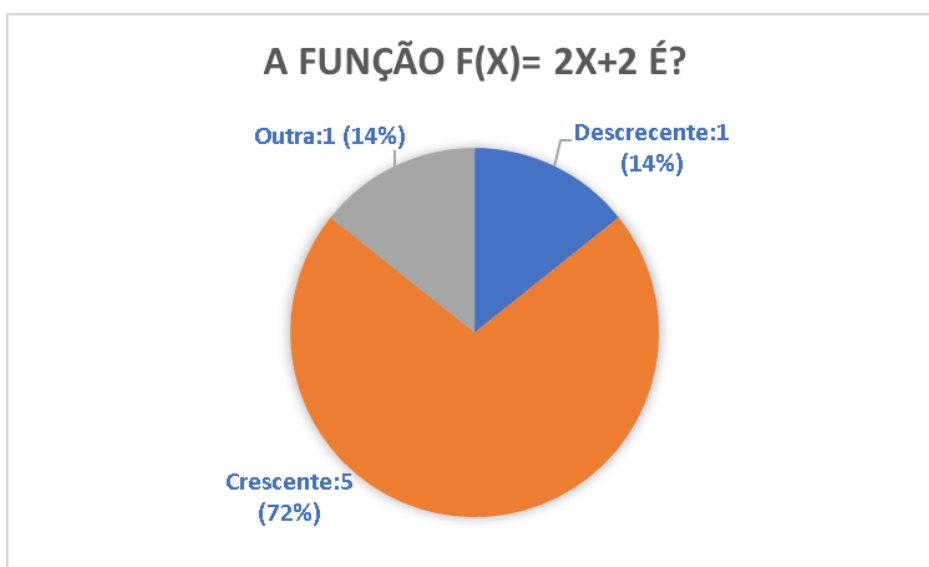
Os gráficos da figura 15 e da figura 16 tratam do crescimento e decrescimento das funções afins e quadráticas. Desses dados, 72% dos alunos conseguiram identificar corretamente, entretanto dois dos sete alunos em ambos casos demonstraram dificuldades em resolver a questão de identificação de crescimento ou decrescimento.

Figura 15: gráfico de questão do questionário inicial.



(Fonte: Dados coletados pela autora junto ao número total de alunos entrevistados)

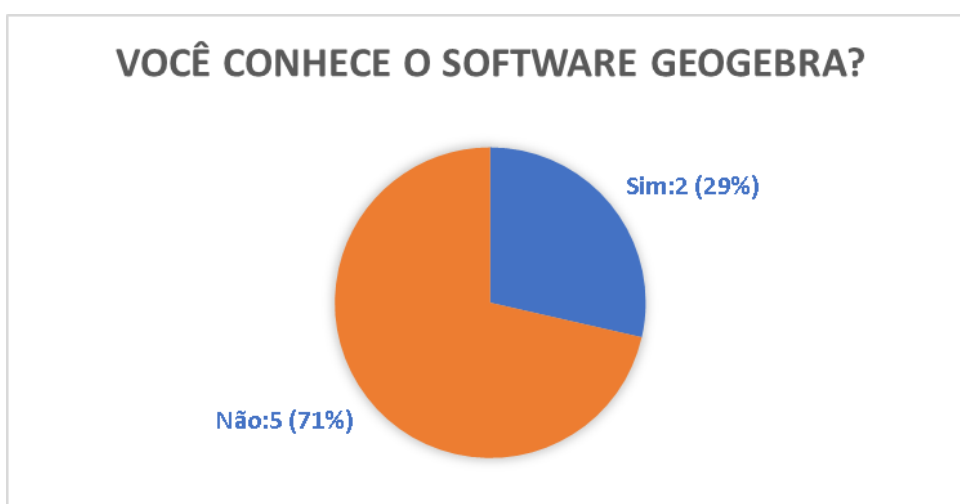
Figura 16: gráfico de questão do questionário inicial.



(Fonte: Dados coletados pela autora junto ao número total de alunos entrevistados)

O gráfico representado pela figura 17 nos mostra que apenas dois dos alunos que participaram do projeto conhecem o GeoGebra e, conseqüentemente, durante as aulas não demonstraram ter habilidade com o software.

Figura 17: gráfico de questão do questionário inicial.



(Fonte: Dados coletados pela autora junto ao número total de alunos entrevistados)

Com base nesse dado, foi preparada uma aula sobre como utilizar o software GeoGebra objetivando mostrar as principais ferramentas do software que seriam utilizadas durante as aulas.

O projeto de extensão realizado no estágio IV visou atender às especificidades dos alunos do PROEJA, levando em consideração os seus conhecimentos já existentes e as suas limitações de horário, pois esses têm uma jornada diária de estudo e trabalho. No decorrer do cronograma descrito no APÊNDICE B, após análise da avaliação diagnóstica, pudemos aferir o grau de conhecimento dos alunos sobre funções. O projeto contou com dois módulos, o primeiro tratou de funções afins e o segundo de funções quadráticas.

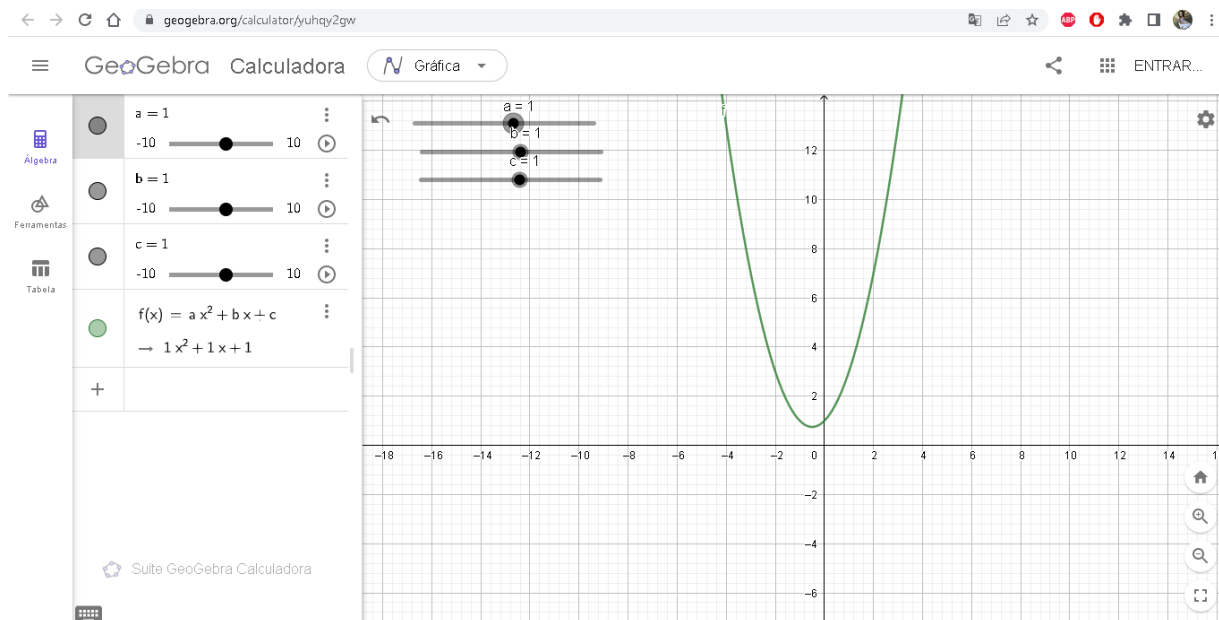
Logo na semana seguinte ao teste diagnóstico inicial começaram as aulas seguindo o cronograma, iniciando assim o primeiro módulo. Houve a apresentação do projeto e do GeoGebra, a introdução de função do 1º grau e a resolução de exercícios. As aulas síncronas eram ministradas de forma dialogada, construindo o conhecimento de acordo com ritmo dos participantes e nelas os alunos mostravam-se interessados e participativos.

Inicialmente, era disponibilizado um material teórico prático, disponível no APÊNDICE C, abordando a teoria baseando-se em exemplos práticos que podem acontecer no cotidiano dos voluntários. Em seguida aconteciam as aulas síncronas com a explicação e o esclarecimento, que abordavam o comportamento das funções, sua presença no cotidiano e a exploração no GeoGebra. Para fixar o conteúdo do tema estudado foram disponibilizados na sala virtual exercícios para praticar, que eram posteriormente comentados e resolvidos em aula síncrona. Esses exercícios estão descritos no APÊNDICE D.

No segundo módulo foi abordada uma introdução acerca do assunto de funções quadráticas, buscando ao máximo a contextualização do tema com situações do dia a dia, bem como no primeiro módulo. Houve participação dos alunos e, no geral, a prioridade foi facilitar o assunto de modo que os participantes compreendessem o tema. Primeiramente, antes da aula síncrona, houve o momento assíncrono, quando foi disponibilizado todo o conteúdo teórico descrito no APÊNDICE E. Foi disposto junto ao material teórico um link apresentado no APÊNDICE F, que direcionava os alunos

a uma página do software GeoGebra, ilustrada na figura 18, que objetivava estimular a curiosidade dos alunos:

Figura 18: forma geral da equação do segundo grau descrita no software GeoGebra.



(Fonte: o autor, 2022)

A função descrita na figura 18 representa a forma geral da equação do segundo grau, e os controles deslizantes podiam ser alterados e assim os alunos poderiam visualizar os coeficientes na equação e compreender visualmente como eles alteravam o comportamento gráfico da função quadrática. A resolução do desafio inicial descrito no APÊNDICE E se deu em aula junto com os alunos em aula síncrona, os quais participaram ativamente.

Como previsto no cronograma, após o momento síncrono foram disponibilizados exercícios para a prática melhor fixação do conteúdo. Esses exercícios estão dispostos no APÊNDICE G.

Ao final das aulas síncronas, como última atividade foi passado aos alunos o teste diagnóstico final realizado através do Google Forms, podendo ser visualizado a partir do APÊNDICE H, o qual serviu de objeto de estudo para comparar com o teste diagnóstico inicial e, dessa forma, avaliar quais seriam os limites e as potencialidades

pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra para as aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos.

Após as aulas, mesmo que de forma remota através de aulas síncronas online com todos alunos, e assíncronas monitorias individuais, obtivemos os resultados do teste diagnóstico final descritos nos gráficos das figuras 19, 20, 21, 22, 23, 24 e 25. É importante salientar que os alunos responderam sozinhos ao questionário final após as aulas e, para tal tarefa, tiveram um prazo de uma semana.

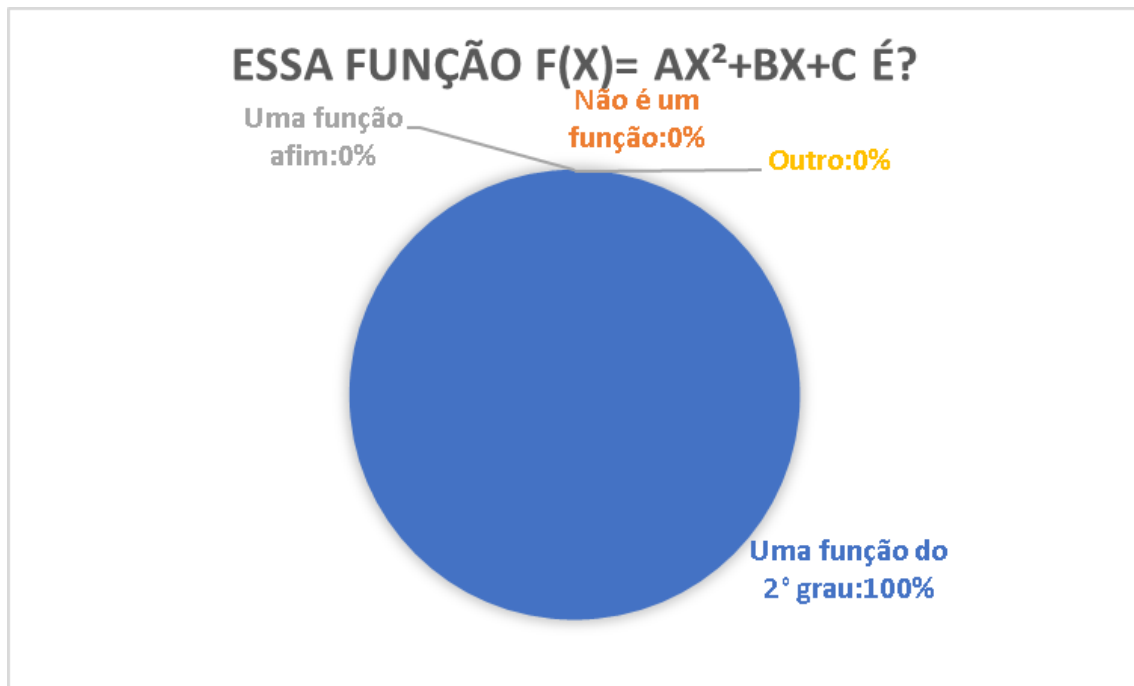
A coleta dos dados do reconhecimento de uma função afim, disposta na figura 19, e de uma função quadrática apresentada na figura 20, de forma geral, se mostrou bastante satisfatória, tendo em vista que todos os participantes acertaram as duas questões.

Figura 19: gráfico de questão do questionário final.



(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

Figura 20: gráfico de questão do questionário final.

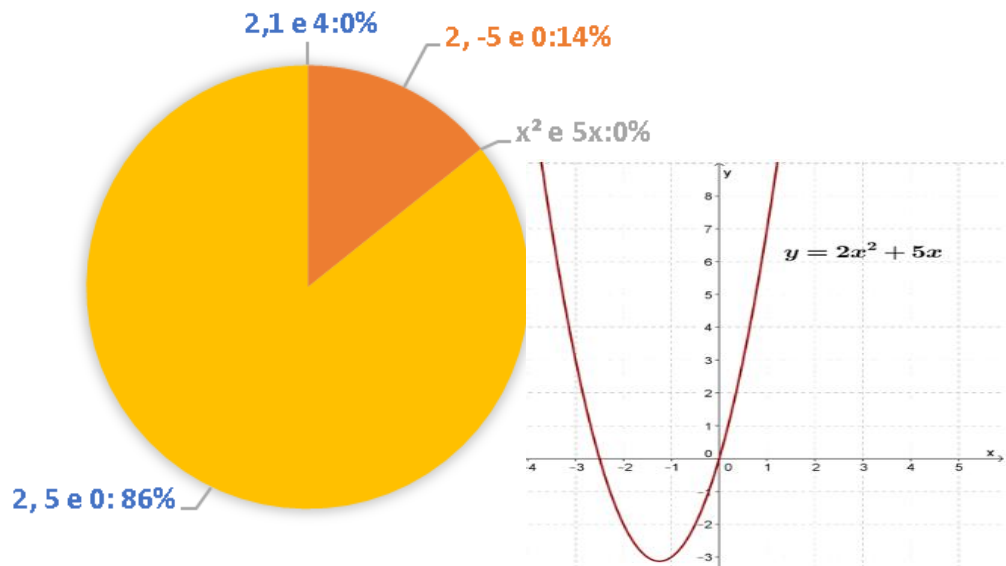


(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

Acerca da percepção dos coeficientes a , b e c presentes em uma função quadrática, percebe-se, por meio do gráfico presente na figura 21, que houve apenas um erro dentre sete participantes, portanto pode-se dizer que os resultados obtidos nessa questão são bastante satisfatórios.

Figura 21: gráfico de questão do questionário final.

**NA PARÁBOLA ABAIXO, OS TERMOS A, B,
C SÃO, RESPECTIVAMENTE:**



(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

O gráfico da figura 22 demonstra que todos os sete participantes conseguiram identificar o crescimento e o decréscimo de funções, ou seja, 100% dos alunos marcaram a opção correta.

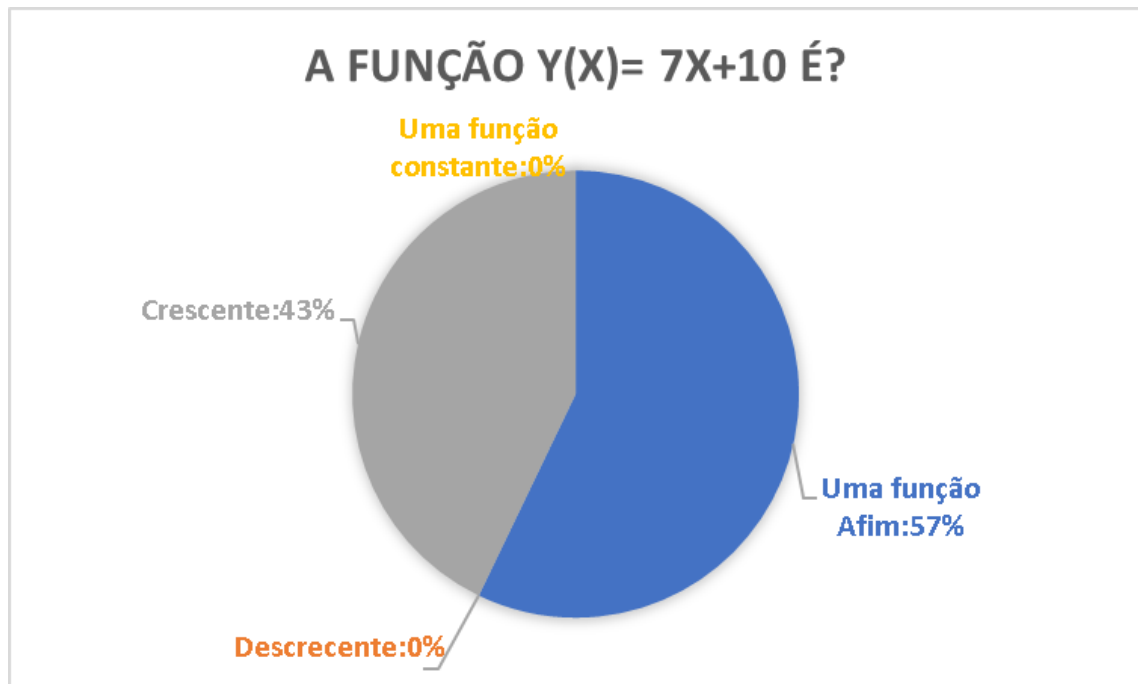
Figura 22: gráfico de questão do questionário final.



(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

Embora o gráfico da figura 23, aponte duas respostas distintas, percebemos, ao analisar a função, que ambas respostas estão corretas, pois a função $y(x)$ é uma função afim e também crescente, o que demonstra 100% de acerto.

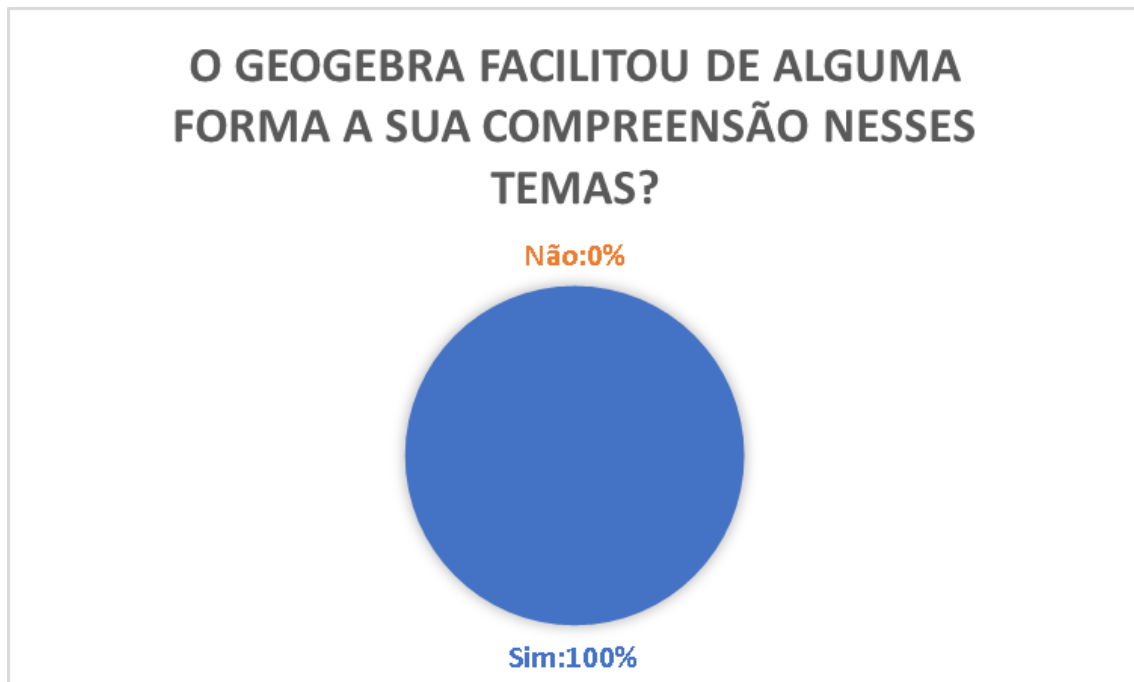
Figura 23: gráfico de questão do questionário final.



(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

Os dados presentes no gráfico da figura 24 se mostraram muito significativos. Ainda que esse resultado já fosse esperado, foi bastante satisfatório ver que todos os alunos que conheceram o software GeoGebra e tiveram a oportunidade de trabalhar com ele consideraram que o software facilitou a compreensão dos temas estudados no projeto.

Figura 24: gráfico de questão do questionário final.

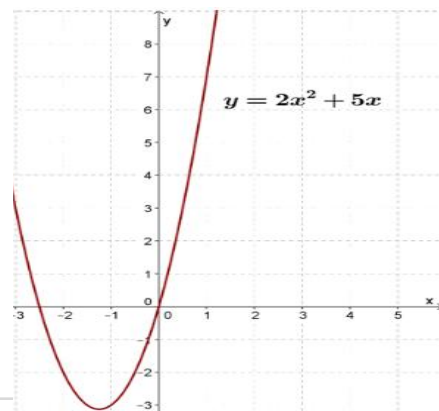
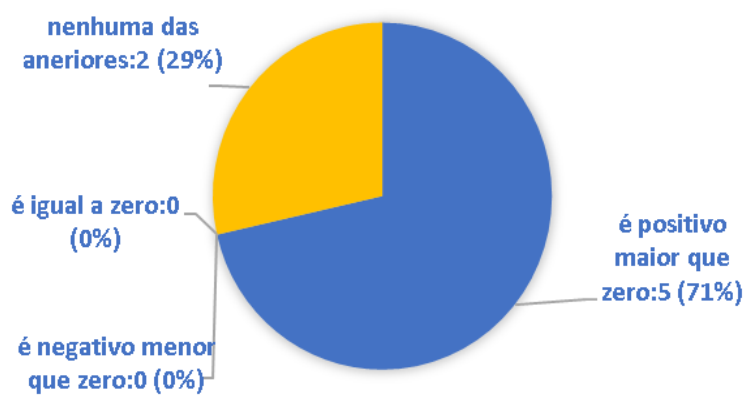


(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

Embora demonstre dados contraditórios em relação ao objetivo da pesquisa, haja vista que houve 29% de respostas erradas, o gráfico 25 prioritariamente nos demonstra algo mais importante, que 71% dos alunos acertaram ainda mais quando comparado com o nível de conhecimento inicial dos mesmos, logo se pode inferir que o projeto foi bastante produtivo.

Figura 25: gráfico de questão do questionário final.

NA PARÁBOLA ABAIXO PODEMOS AFIRMAR QUE O VALOR DE DELTA (Δ):



(Fonte: Dados coletados pela autora do número total de alunos).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo possibilitou refletir sobre o ensino de EJA, a sua prática educativa, considerando a metodologia do educador Paulo Freire, e a introdução de TDIC's na educação, mais especificamente o software GeoGebra, o qual se mostrou bastante promissor. Com a amostra selecionada nesse trabalho pode-se chegar à conclusão acerca das grandes potencialidades pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra nas aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos, principalmente na turma do segundo módulo de PROEJA.

Mesmo com todas as potencialidades das novas metodologias e diversas tecnologias de educação, cabe ao educador de turmas de PROEJA ou EJA refletir suas práticas pedagógicas, além da compreensão de ser esse um processo de grande responsabilidade social e educacional, onde o docente é o mediador do conhecimento.

Assim como o método freireano propõe, é importante considerar a grande bagagem de informações vivenciadas durante toda a trajetória de vida dos jovens e adultos que compõem as turmas de EJA. Durante a realização dessa pesquisa, a tarefa de selecionar questões, exemplos e teorias baseadas no dia a dia dos estudantes se mostrou bastante difícil e trabalhosa, no entanto, é através do reconhecimento da vivência dos alunos pelo professor que o mesmo pode fazer com que a educação tenha sentido para seu aluno, através da mediação do conhecimento. Ao educador cabe a construção e socialização dos conhecimentos dos alunos, tornando-os sujeitos do seu processo educativo, críticos com valores e atitudes formadas, partindo de uma postura ética e transformadora.

Os resultados dessa pesquisa permitem inferir que mesmo com o advento da pandemia e com aulas remotas, a educação não pode ser deixada em segundo plano. Ficou evidente com as aulas assíncronas, mais especificamente durante as monitorias, que por mais que as tecnologias e os softwares educativos sejam inovadores e benéficos à educação, o papel do professor como mediador de ensino ainda é muito forte. Dessa forma, percebe-se que, ao se tratar da metodologia de Paulo Freire, não devemos nos centrar somente na utilização dos temas aleatórios, e sim ter como ponto de partida a realidade dos alunos para perceber sua efetivação, pois muito da prática educacional vem da teoria e nem sempre a teoria pode ser convertida em prática totalmente afastada da metodologia tradicionalista.

Ao comparar os resultados dos dois testes diagnósticos, após o fim dos encontros, pela maneira como cada aula foi preparada e como foi executada, utilizando como ferramenta o software educacional GeoGebra, podemos inferir que o suporte educacional utilizado foi de extrema importância para o entendimento dos assuntos abordados no projeto, bem como descrito pelos alunos no diagnóstico final, pois o tempo para a explanação do assunto foi bastante curto, e, mesmo assim, após o término do projeto, houve poucos erros nas questões do teste final quando comparados com o inicial.

Retomando o problema de pesquisa “os possíveis limites e as potencialidades pedagógicas do emprego do software educacional GeoGebra para as aulas de matemática na Educação de Jovens e Adultos”, por meio dos dados obtidos, podemos concluir que uma das limitações do GeoGebra ainda é o fato da pouca visibilidade e conhecimento, fato que pode ser comprovado pelo primeiro teste diagnóstico, onde apenas dois de sete participantes o conheciam. Quando se trata das potencialidades desse software, podemos inferir que são incontáveis e muito exploráveis, tendo em vista que é um suporte que possui várias funções e ser de grande usabilidade. Com base nos dados coletados e dispostos, podemos concluir que o auxílio do GeoGebra foi de grande proveito para os alunos, uma vez que é uma ferramenta facilitadora, pois verificou-se grande empolgação dos alunos ao compreenderem o que cada componente e coeficiente significam e ainda conseguirem entender o papel de cada um desses na construção gráfica.

Com isso, pode-se dizer que o GeoGebra pode ser um grande aliado dentro das salas de aula em turmas da EJA, principalmente para estudar conteúdos muito abstratos da matemática. Como já dizia Paulo Freire, grande defensor da Educação de Jovens e Adultos, uma prática da liberdade é necessária na educação, ou seja, quanto mais se problematizam os educandos como seres no mundo, mais eles se sentirão desafiados e responderão de forma positiva, portanto é preciso fazer com que os alunos se sintam agentes do seu conhecimento.

8 REFERÊNCIAS

AZEVEDO, Rodrigo. A história da educação no Brasil: uma longa jornada rumo à universalização. **Gazeta do Povo**. 2018. Disponível em <https://www.gazetadopovo.com.br/educacao/a-historia-da-educacao-no-brasil-uma-longa-jornada-rumo-a-universalizacao-84npcihyra8yzs2j8nnqn8d91/#:~:text=Foi%20assim%20que%20nasceu%20o,%C3%A0%20brasileiro%20%C3%A9%20crist%C3%A3>. Acesso em: 12 abr. 2021.

BALACHEFF, H.; KAPUT, J. J. Computer – Based Learning Environments in Mathematics. In: nd. (ed.) International Handbook in Mathematics Education. London: Kluwer, 1996. p. 469 – 501

BELLO, José Luiz de Paiva. **Movimento Brasileiro de Alfabetização – MOBRAL**. História da Educação no Brasil. Período do Regime militar. Pedagogia em foco, Vitória 1993, Disponível em <http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/heb10a.html>. Acesso em: 20 mai 2022.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORGES, P. R. T. Um novo mundo, um novo homem, uma nova educação. **Revista Tecnologia Educacional**. Rio de Janeiro, N. 142, p. 567-57, 1998.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado, 1988.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional LDB N°. 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Poder Legislativo, Brasília, DF, 1996.

BRASIL. **Lei Federal 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências**. Brasília, DF, 25 jun. 2014. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/485745/Plano+Nacional+de+Educa%C3%A7%C3%A3o+PNE+2014-2024++Linha+de+Base/c2dd0faa-7227-40ee-a520-12c6fc77700f?version=1.1>. Acesso em: 21 mar. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Decreto nº. 5.840, de 13 de julho de 2006**. Estabelece a criação do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Proeja). Disponível em <http://portal.mec.gov.br/proeja#:~:text=O%20Proeja%20foi%20criado%20inicialment>

[e,Educa%C3%A7%C3%A3o%20de%20Jovens%20e%20Adultos.&text=O%20programa%20teve%20inicialmente%20como,de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Profissional%20e%20Tecnol%C3%B3gica](#). Acesso em 13 jun. 2021.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

Chaquiam, Miguel. **Ensaio temáticos**: história e matemática em sala de aula. Belém, Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. São Paulo, SP: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. P.; PERNAMBUCO, M. M. C. A. **Ensino de Ciências**: Fundamentos e Métodos. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1990.

ENGEL, Irineu Engel. Pesquisa-ação. **Revista Educar**, Curitiba, n. 16, p. 181-191. 2000.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 20.ed. São Paulo: Paz e terra, 2001.

GeoGebra para ensino e aprendizagem de Matemática. **GeoGebra**. 2021. Disponível em: [GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers](#). Acesso em: 11 jun. 2021.

HADDAD, Sérgio; DI PIERRO, Maria Clara. Escolarização de jovens e adultos. **Revista Brasileira de Educação**. Rio de Janeiro, n. 14, p. 108-194, mai./jun./jul./ago. 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n14/n14a07.pdf>> . Acesso em: 27 mar. 2021.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar, 1**: conjuntos e funções. 9. ed. São Paulo, SP. Ed: Atual, 2013.

Grandesso, M. A. **Sobre e Reconstrução do Significado: uma análise epistemológica e hermenêutica da prática clínica**. São Paulo: Casa do Psicólogo (2011).

LEITE, Sandra Fernandes. **O direito à educação básica para jovens e adultos da modalidade EJA no Brasil**: um resgate histórico e legal. 2013. Tese (doutorado em

educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas 2013.

MEDINA, N. O; FILHO, P. J. F. **Análise da aprendizagem significativa em ambientes de escrita colaborativa apoiada por computador**. In: RBIE - Revista Brasileira de Informática na Educação, 2007.

MENEZES, Ebenezer Takuno de. Verbetes Mobral (Movimento Brasileiro de Alfabetização). **Dicionário Interativo da Educação Brasileira - EducaBrasil**. São Paulo: Midiamix Editora, 2001. Disponível em: <https://www.educabrasil.com.br/mobral-movimento-brasileiro-de-alfabetizacao/>. Acesso em: 05 nov. 2022.

PONTE, João Pedro da. **Revista Educação e Matemática**. Portugal, N° 15, p. 3-9, 1990.

PEIXOTO, Joana; ARAÚJO, Cláudia Helena dos Santos. **Tecnologia e Educação: algumas considerações sobre o discurso pedagógico contemporâneo**. Educ. Soc., Campinas, v. 33, n. 118, p. 253-268, jan.-mar. 2012. Disponível em <https://www.cedes.unicamp.br/>. Acesso em: 29 nov. 2022.

ROCHA, J. M. X. **Tópicos de Geometria Analítica Plana com o software GeoGebra sob o modelo de sala de aula invertida**. 2019. 93 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia UESB, Vitória da Conquista, 2019.

SILVA, A. F. D. et al. **Educação de Jovens e Adultos**. 1. ed. Ilhéus - BA: UESC, 2012.

SILVA, L. G. **O uso do GeoGebra no trabalho pedagógico de desenvolvimento do raciocínio proporcional**. 2019. 144 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat) — Universidade Federal da Paraíba UFPB, João Pessoa, 2019.

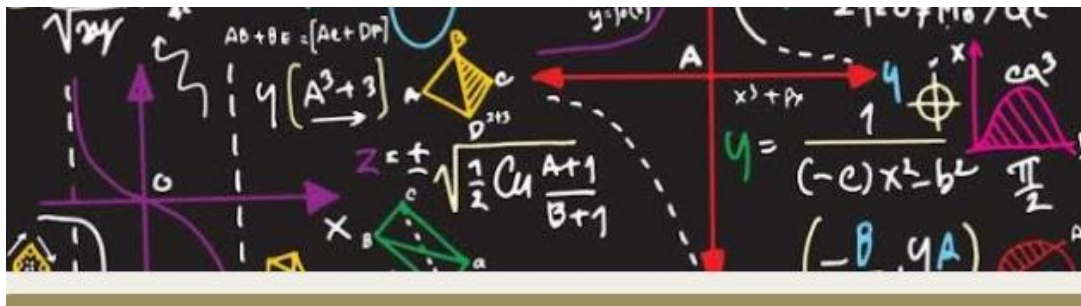
STRELHOW, Thyeles Borcarte. **Breve história sobre a educação de jovens e adultos no Brasil**. Revista HISTEDBR On-line, Campinas, SP, v. 10, n. 38, p. 49–59, 2012. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/histedbr/article/view/8639689>. Acesso em: 11 jun. 2021.

TEDESCO, Juan Carlos. **Educação e novas tecnologias: esperança ou incerteza?** Tradução de Claudia Berliner, Silvana Cobucci Leite – São Paulo, ed. Cortez: Buenos Aires: Instituto Internacional de Planeamiento de la Educacion: Brasília: UNESCO, 2004.

VALENTE, José Armando; FREIRE, Fernanda M. P. **Aprendendo para a vida:** os computadores na sala de aula. São Paulo, ed. Cortez, 2001.

9 APÊNDICES

APÊNDICE A - Teste diagnóstico inicial.



Funções

clauciane.silva@estudante.ifto.edu.br [Alternar conta](#)



*Obrigatório

E-mail *

Seu e-mail

Essa função $f(x) = ax^2 + bx + c$ é?

10 pontos

- ☐ Uma função do 2º grau.
- ☐ Não é um função
- ☐ Uma função afim
- ☐ Outro: _____

A função $f(x) = 2x^2 + x + 1$ é?

10 pontos

- ☐ Uma função quadrática
- ☐ Uma função Afim
- ☐ Uma função com a concavidade voltada para cima
- ☐ Não é uma função

Essa função $f(x) = ax + b$ é ?

10 pontos

- ☐ Uma função constante
- ☐ Uma função do 1º grau
- ☐ Uma função exponencial
- ☐ Outro: _____

- ☐ Crescente
- ☐ Decrescente
- ☐ Outro: _____

A função $f(x) = -3x + 1$ é ?

20 pontos

☐ Crescente

☐ Decrescente

☐ Outro: _____

APÊNDICE B - Cronograma de execução do projeto.

2021/2				
Momento	Data	Horário	Conteúdo programático	Carga-horária
Síncrono	21/08/2021	16:00 às 18:00	Apresentação do projeto e do software GeoGebra; avaliação diagnóstica.	2h
Assíncrono	28/08/2021	14:00 às 18:00	Estudo teórico de função constante, função linear, função identidade e função afim.	4h
Síncrono	04/09/2021	16:00 às 18:00	Representação gráfica por meio do software GeoGebra das funções estudadas e resolução de exercícios que envolvam situações do dia a dia.	2h
Assíncrono	11/09/2021	14:00 às 18:00	Lista com exercícios de fixação.	4h
Síncrono	18/09/2021	16:00 às 18:00	Resolução dos exercícios de fixação com auxílio do GeoGebra.	2h
Assíncrono	25/09/2021	14:00 às 18:00	Introdução teórica do estudo de função quadrática e suas características.	4h
Síncrono	02/10/2021	16:00 às 18:00	Representação gráfica por meio do software GeoGebra da função quadrática e resolução de exercícios que envolvam situações do dia a dia.	2h
Assíncrono	09/10/2021	14:00 às 18:00	Lista com exercícios de fixação.	4h
Síncrono	16/10/2021	16:00 às 18:00	Resolução dos exercícios de fixação com auxílio do GeoGebra.	2h
Assíncrono	23/10/2021	16:00 às 18:00	Vídeo aulas com resoluções da lista de exercícios utilizando o software GeoGebra.	2h
Atividade avaliativa	30/10/2021	16:00 às 18:00	Atividade diagnóstica com o objetivo de avaliar o desempenho do aluno com o Software GeoGebra e encerramento do projeto.	2h
TOTAL				30 h

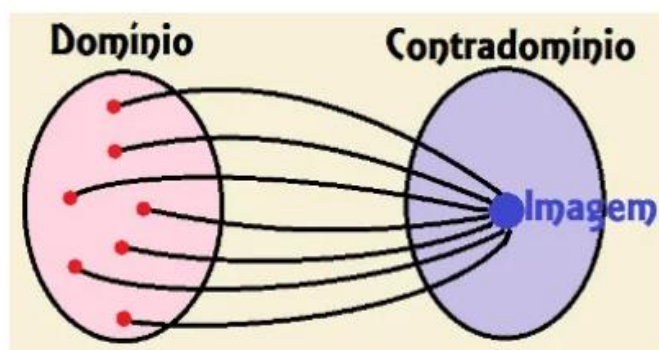
APÊNDICE C - Material teórico, módulo 1.

Estudaremos a seguintes funções neste módulo:

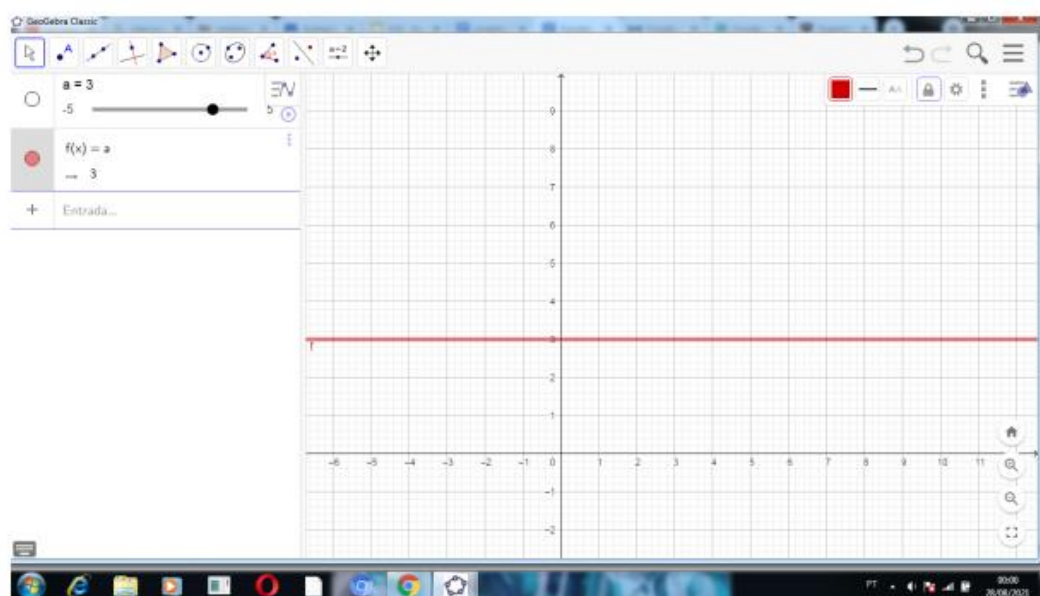
1. Função Constante;
2. Função Linear;
3. Função Identidade;
4. Função Função Afim;

1. Função Constante

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ recebe o nome de FUNÇÃO CONSTANTE quando apresentar uma lei de formação $f(x) = c$, na qual c é um número real. A função constante se caracteriza por assumir o mesmo valor, independentemente do valor de x .

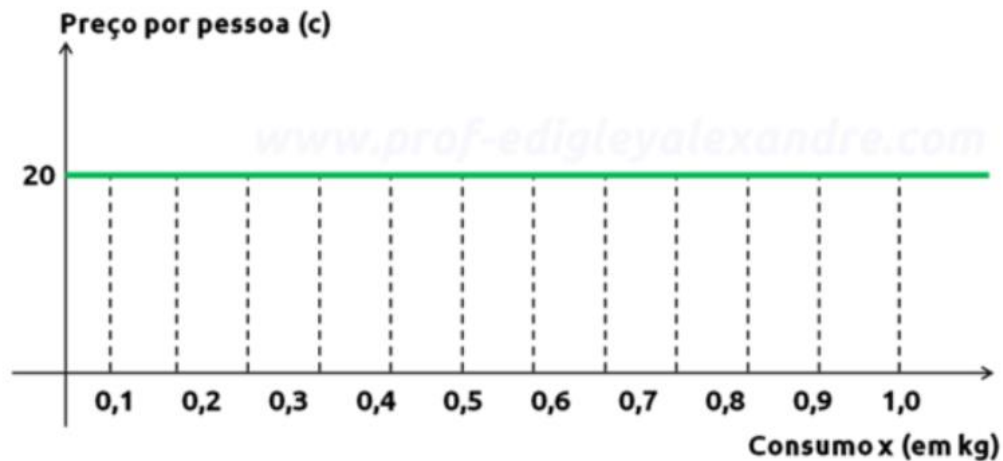


O gráfico da função constante apresenta uma particularidade em relação às demais funções. Ele é sempre uma reta paralela ao eixo x .



Na prática lidamos com funções deste tipo sem mesmo notarmos. Por exemplo, em um restaurante com o sistema de rodízio que cobra 20 reais por pessoa, não

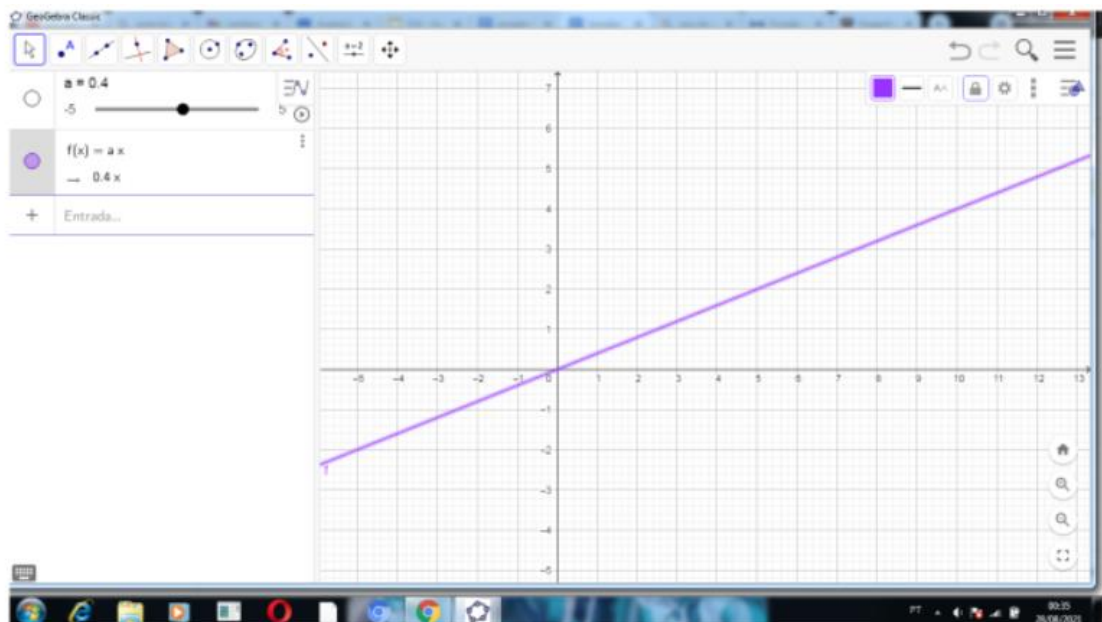
importando a quantidade que essa pessoa consome, 0,2 kg, 0,5 kg, 2kg. Desta forma o preço único pago será sempre de 20 reais.



2. Função Linear

A Função Linear é uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = a \cdot x$, sendo a um número real e diferente de zero.

A construção do gráfico com o auxílio do software GeoGebra nos permite uma visualização dinâmica ao alterarmos o valor de a .



Exemplo:

Em uma loja são vendidos relógios, cujo preço de venda é igual a R \$40,00. O valor da receita total da venda desses relógios é obtido multiplicando-se o preço de cada unidade pela quantidade vendida. Considerando x a quantidade vendida, determine:

- uma função que represente a situação descrita.
- o valor da receita quando forem vendidos 350 relógios.

Solução:

a) O valor da receita total em função da quantidade vendida pode ser representado por: $f(x) = 40 \cdot x$

b) Para encontrar a receita correspondente à venda de 350 relógios, basta substituir este valor na expressão encontrada. Assim:

$$f(x) = 40 \cdot 350 = 14\,000$$

3. Função Identidade

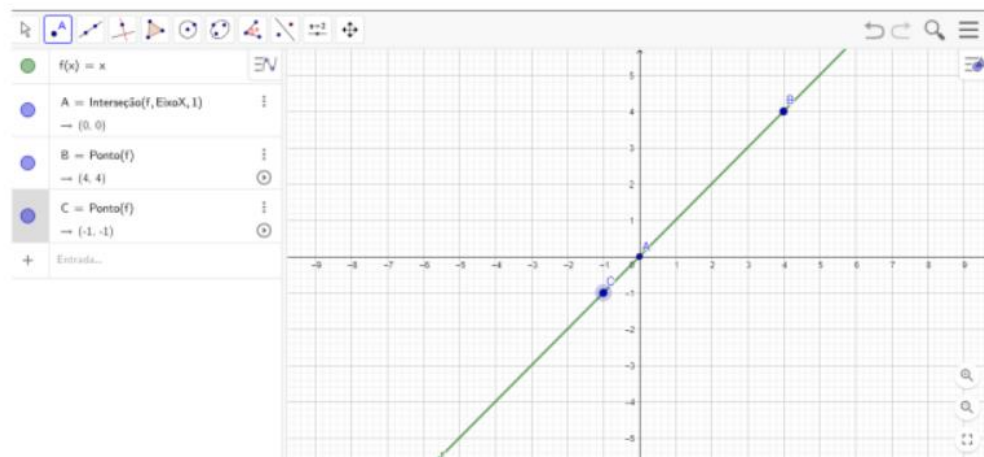
Uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de FUNÇÃO IDENTIDADE quando associa a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ o próprio x , isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x$$

Uma forma de visualizar é pensar em um sistema de pagamento. Você recebe 1 real por cada atividade realizada e paga um 1 real por atividade não realizada. Logo:

Quantidade de atividade	Valor recebido
-2	-2
0	0
4	4

Observe o gráfico plotado no GeoGebra:



Podemos concluir que todos os pares ordenados que pertencem à função identidade são do tipo $(a; a)$. Outro fato interessante é que o gráfico representado contém as bissetrizes do 1º e 3º quadrantes.

3. Função Afim

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ recebe o nome de FUNÇÃO AFIM ou FUNÇÃO DO 1º GRAU quando associa a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ o elemento $ax + b \in \mathbb{R}$ onde $a \neq 0$, isto é: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = ax + b$ com $a \neq 0$.

A função AFIM aparece em situações onde há uma parte fixa e uma parte que varia de maneira diretamente proporcional à outra grandeza.

Pensemos em algumas situações cotidianas:

- O salário de um vendedor é composto por \$ 500,00 mais 3% de comissão sobre tudo que ele vender.
- Em um táxi, cobra-se R\$ 4,00 pela bandeirada e mais R\$ 2,50 por km rodado.

Observe algumas informações sobre os coeficientes:

$$f(x) = ax + b \rightarrow \begin{cases} a : \text{coeficiente angular} \\ b : \text{coeficiente linear} \end{cases}$$

$$f(x) = ax + b \rightarrow \begin{cases} a > 0 \Rightarrow \text{função crescente} \\ a < 0 \Rightarrow \text{função decrescente} \end{cases}$$

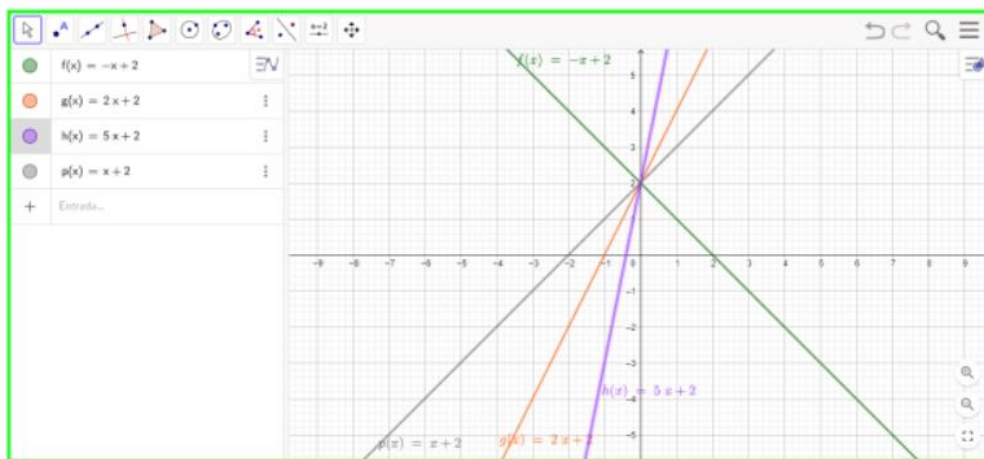
Os coeficientes a e b têm influência no gráfico da função afim. Vejamos exemplos de funções Afins:

- a) $y = 2x - 1$ ($a = 2$; $b = -1$)
- b) $y = -x + 2$ (Identifique quem é a e quem é b)
- c) $y = 3x + 2$ (Identifique quem é a e quem é b)

Veja a construção, num mesmo plano cartesiano, de gráficos de 4 funções. Note que em todos os casos, o coeficiente b não muda. A única variação é no coeficiente a .

1. $f(x) = -x + 2$ (Aqui podemos dizer que é $a < 0$, logo a função é decrescente)
2. $g(x) = 2x + 2$ (Aqui podemos dizer que é $a > 0$, logo a função é crescente)
3. $h(x) = -x + 2$ (Agora sua vez)
4. $p(x) = x + 2$ (Agora sua vez)

Observe que $b = 2$. E 2 é o ponto que a reta toca o eixo y . Veja no gráfico:



Para tanto, podemos concluir visualmente a implicação do coeficiente b no gráfico, constando que é o responsável por tocar o eixo y . Na nossa próxima aula iniciaremos uma divertida missão, exploraremos as características das funções no GeoGebra.

Até lá!
Bons estudos!

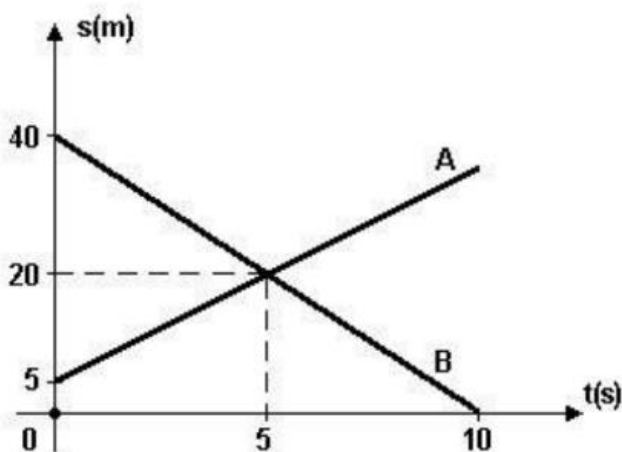
APÊNDICE D - Exercícios: Funções



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

“Olá pessoal, estaremos disponibilizando esta lista de exercícios para que vocês resolvam e anotem suas dúvidas, pois no encontro do dia 18/09, às 16 horas, estaremos explorando os elementos da lista, comentando os principais pontos e analisando graficamente com o GeoGebra. Bons estudos!”

1) Duas partículas A e B movem-se numa mesma trajetória, e o gráfico a seguir indica suas posições (s) em função do tempo (t). Pelo gráfico podemos afirmar que as partículas:



- a) movem-se no mesmo sentido;
- b) movem-se em sentidos opostos;
- c) no instante $t = 0$, encontram-se a 40 m uma da outra;
- d) movem-se com a mesma velocidade;
- e) não se encontram.

2) Identifique os coeficientes:

- a) $-x - 2$ $a = ?$ $b = ?$
- b) $\frac{1}{2}x + 5$ $a = ?$ $b = ?$
- c) $-2x + \sqrt{16}$ $a = ?$ $b = ?$

3) Classifique as funções como crescentes ou decrescentes:

- a) $-x+5$
- b) $3x+6$
- c) $-\frac{1}{2}x+5$

4) Uma estudante oferece serviços de tradução de textos em língua inglesa. O preço a ser pago pela tradução inclui uma parcela fixa de R \$20,00 mais R \$3,00 por página traduzida. Em determinado dia, ela traduziu um texto e recebeu R \$80,00 pelo serviço. Calcule a quantidade de páginas que foi traduzida.

5)(ENEM-2012) A tabela seguinte apresenta a média, em kg, de resíduos domiciliares produzidos por habitante, no período de 1995 a 2005.

Produção de resíduos domiciliares por habitante em um país	
ANO	kg
1995	460
2000	500
2005	540

Se essa produção continuar aumentando, mantendo o mesmo padrão observado na tabela, a previsão de produção de resíduos domiciliares, por habitante no ano de 2020, em kg, será:

- a) 610
- b) 640
- c) 660
- d) 700
- e) 710

6) A academia “Fique em Forma” cobra uma taxa de inscrição de R \$80,00 e uma mensalidade de R \$50,00. A academia “Corpo e Saúde” cobra uma taxa de inscrição de R \$60,00 e uma mensalidade de R \$55,00.

a) Determine as expressões algébricas das funções que representam os gastos acumulados em relação aos meses de aulas, em cada academia.

7) Classifique as funções do 1º grau abaixo em afim(A), linear(L) e identidade(I);

- a) $y = 3x$
- b) $f(x) = x$
- c) $f(x) = 4x - 7$

d) $y = 5x + 9$

8) Dada a função $f(x) = 4x - 8$. Determine:

- a) Os coeficientes angular e linear da reta.
- b) Se ela é crescente ou decrescente.
- c) A raiz.
- d) O gráfico.

APÊNDICE E - Material teórico, Modulo 2.

1. Função Quadrática

DESAFIO INICIAL

Um goleiro de futebol de campo vai bater um tiro de meta. Ele dá um chute e a bola desempenha no ar um arco de parábola com concavidade para baixo. Sabendo que a altura máxima atingida pela bola é de 36 metros e que a bola volta a cair no chão após 6 segundos, o técnico que tinha conhecimento sobre função quadrática elaborou a seguinte equação para o chute: $f(x) = -4x^2 + 24x$. Com isso responda:

- Qual o gráfico da função?
- Faça comentários e observações sobre os termos da equação dada pelo técnico.
- Essa realmente é a equação correta para essa situação?
- Quanto tempo levou para a bola atingir a altura máxima?

➤ Definição: Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando são dados números reais a , b e c com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

x : incógnita
 a, b, c : coeficientes
 c : termo independente

Exemplos:

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^2 - 3x + 4 \\f(x) &= 6x^2 + 5 \\y &= x^2 - x\end{aligned}$$

➤ Forma Canônica: Através de alguns artifícios matemáticos reescrevemos a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ de uma forma mais conveniente para um estudo analítico mais detalhado, chamada forma canônica.

A forma canônica refere-se de forma geral à forma normal e clássica de representar uma dada relação.

Primeiro vamos colocar o termo **a** em evidência nos dois primeiros termos:

$$f(x) = a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + \frac{c}{a} \right]$$

Aplicando a técnica de completar quadrados temos:

$$f(x) = a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} \right) + \frac{c}{a} \right]$$

Rearranjando os termos temos:

$$f(x) = a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right]$$

Os termos em evidência acima configuram um trinômio quadrado perfeito, portanto:

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right]$$

Operando os dois últimos termos, temos:

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right] \quad \text{(Forma canônica)}$$

Representando $b^2 - 4ac$ por Δ , também chamado discriminante do trinômio do segundo grau, temos a forma canônica,

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

➤ Raízes de uma função polinomial de segundo grau: Chama-se zeros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, os números reais x tais que $f(x) = 0$.

As raízes da função são as soluções da equação polinomial do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ dados pela fórmula de Bhaskara.

As raízes da função quadrática são os pontos de encontro do gráfico dessa função com o eixo x.

➤ Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

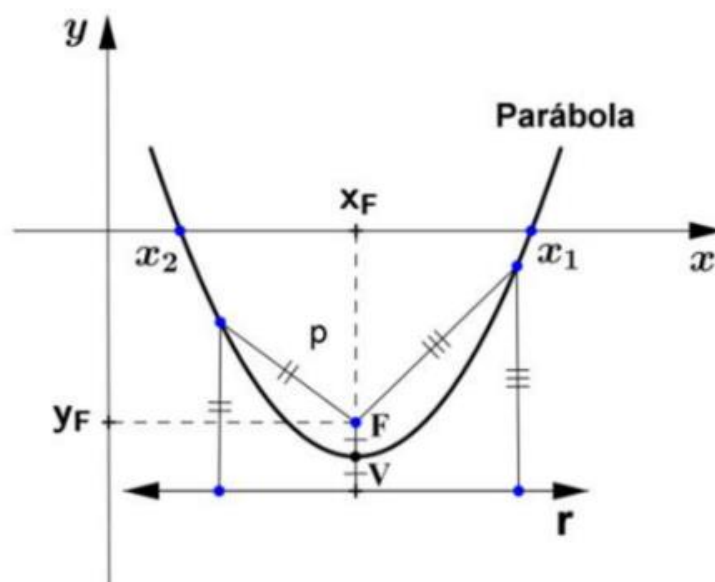
onde,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

➤ Gráfico da Função Quadrática: Chama-se parábola o lugar geométrico dos pontos p do plano que são equidistantes (distância igual) de uma reta r, denominada diretriz, e de um ponto F localizado fora dessa reta que é o foco da parábola.



As coordenadas do foco $F(x_F, y_F)$ da parábola são:

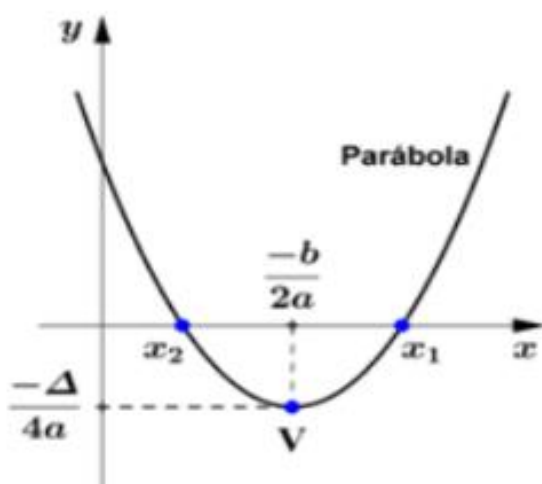
$$\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{\Delta - 1}{4a} \right)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

A equação da diretriz r é:

$$y + \frac{\Delta + 1}{4a} = 0$$

➤ Vértice da parábola: Sempre que uma função quadrática ($f(x) = ax^2 + bx + c$) corta o eixo das abscissas o eixo de simetria da parábola é uma reta perpendicular a este eixo no ponto médio entre as duas raízes passando pelo vértice da parábola $V(x_V, y_V)$.



Portanto,

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

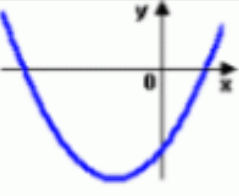
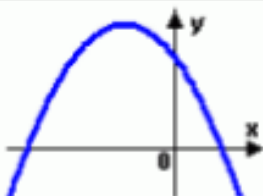
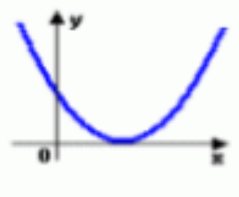
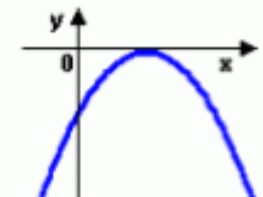
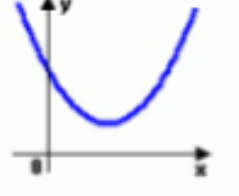
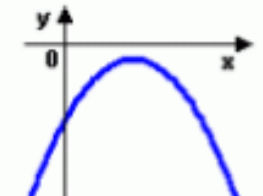
$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

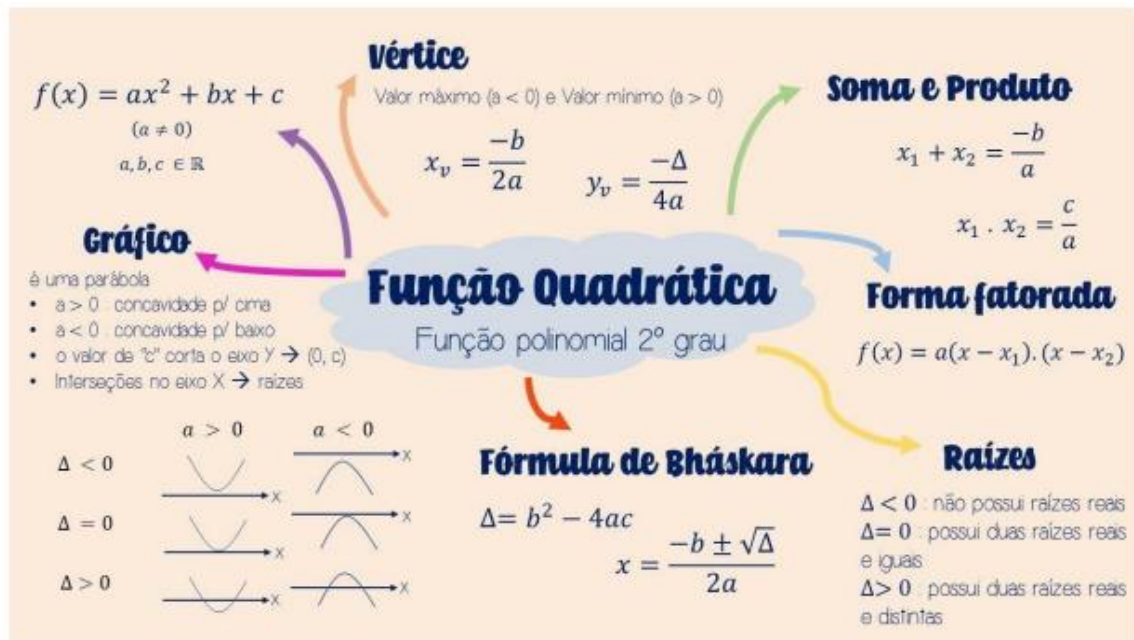
➤ Estudo do gráfico da função quadrática: Os coeficientes da função vão determinar o formato da parábola. O coeficiente a vai determinar se a concavidade da parábola é para cima ou para baixo, e o coeficiente c o ponto em que a parábola corta o eixo das ordenadas - y .

Temos 6 casos:

- 1° caso: $\Delta > 0$ e $a > 0$, duas raízes diferentes e concavidade para cima;
- 2° caso: $\Delta > 0$ e $a < 0$, duas raízes diferentes e concavidade para baixo;
- 3° caso: $\Delta = 0$ e $a > 0$, duas raízes iguais e concavidade para cima;
- 4° caso: $\Delta = 0$ e $a < 0$, duas raízes iguais e concavidade para baixo;
- 5° caso: $\Delta < 0$ e $a > 0$, não existem zeros reais (a parábola não toca o eixo das abscissas - x) concavidade para cima;
- 6° caso: $\Delta < 0$ e $a < 0$, não existem zeros reais (a parábola não toca o eixo das abscissas - x) concavidade para baixo.

Em resumo:

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	$a > 0$ concavidade para cima	$a < 0$ concavidade para baixo
$\Delta > 0$	corta o eixo horizontal em dois pontos		
$\Delta = 0$	toca em um ponto o eixo horizontal		
$\Delta < 0$	não corta o eixo horizontal		



RESOLUÇÃO DO DESAFIO INICIAL

Ficará a cargo do estudante pensar nos questionamentos, que debateremos no próximo encontro.

APÊNDICE F - Link do arquivo criado no GeoGebra.

<https://www.GeoGebra.org/calculator/yuhqy2gw>

APÊNDICE G - Exercícios: Funções



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
TOCANTINS
Campus Palmas

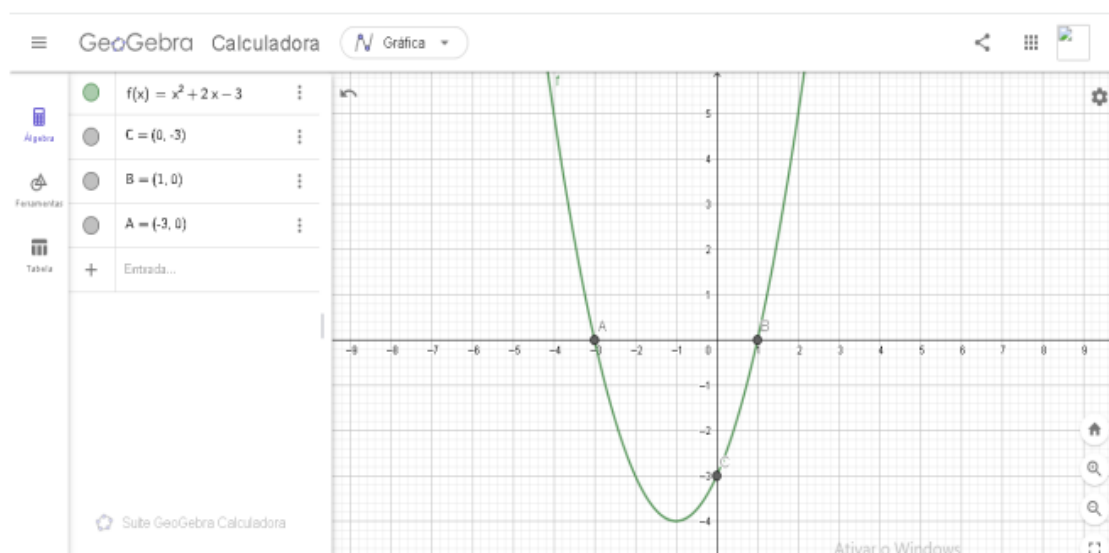
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Exercícios de Fixação

Relembrando:

- ❖ Um problema é do 2º grau se, para a sua resolução, for formada uma equação do 2º grau.
- ❖ Na resolução de um problema ajuda:
 - ✓ Fazer um esquema ou desenho de modo a compreender melhor o enunciado;
 - ✓ Identificar os dados e a incógnita;
 - ✓ Formar a equação;
 - ✓ Resolver a equação;
 - ✓ Interpretar as soluções da equação no contexto do problema.
 - ✓ Link para GeoGebra: <https://www.geogebra.org/calculator>

1) Observe a função $x^2 + 2x - 3$ disposta no GeoGebra:



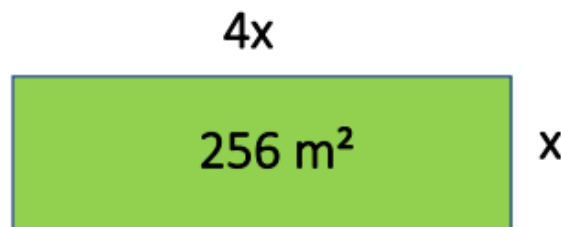
<https://www.geogebra.org/calculator/xegpgudy>

- a) Defina quem são os coeficientes da função.
- b) Quais são as raízes da equação?
- c) Quem o ponto (0,-3) do gráfico representa na função?
- d) Por que a concavidade da parábola é para cima?
- e) Observando o gráfico, o que podemos concluir de Δ ?

2) Comprei 4 lanches a um certo valor unitário. De outro tipo de lanche, com o mesmo preço unitário, a quantidade comprada foi igual ao valor unitário de cada lanche. Paguei com duas notas de cem reais e recebi R\$ 8,00 de troco. Qual o preço unitário de cada produto?

3) Pedro e Paulo são amigos e adoram charadas, juntos eles elaboraram a seguinte: **O produto da idade de Pedro pela idade de Paulo é igual a 374. Pedro é 5 anos mais velho que Paulo.** Quantos anos tem cada um deles?

4) Um topografo foi fazer a medida de um terreno e esqueceu de levar um aparelho que dá as medidas exatas do terreno. Com ajuda de uma trena ele fez a seguinte medição:
O terreno possui a medida de seu lado maior igual ao quádruplo do lado menor, e área medindo 256 m². Determine a medida de seus lados.



5) A cantenária é uma curva que descreve um cabo que está fixo por seus dois extremos e não está submetido a outras forças diferentes do seu próprio peso, por exemplo em redes elétricas é comum encontrarmos esse tipo de curva.



<https://aprendendoeletrica.com/por-que-os-fios-das-torres-nao- ficam-esticados/>

Qual o tipo de curva é a cantenária:

- () parábola com concavidade voltada para baixo;
- () reta crescente;
- () parábola com concavidade voltada para cima;
- () reta decrescente;

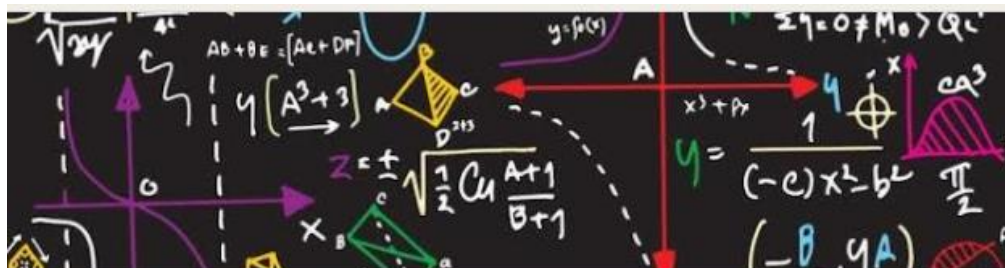
6) Com auxílio do GeoGebra construa o gráfico das seguintes funções:

$$x^2-5x+6=0$$

$$x^2+2x+2=0$$

$$-x^2-2x=0$$

APÊNDICE H - Teste diagnóstico final.



Funções II

claucianesilva0@gmail.com [Alternar conta](#)



*Obrigatório

E-mail *

Seu e-mail

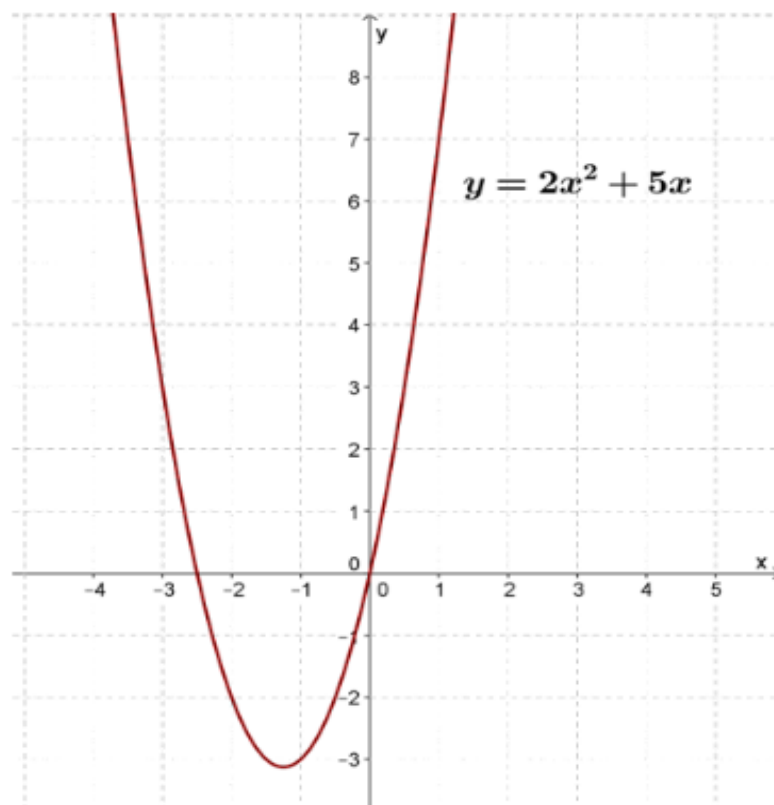
Essa função $f(x) = ax + b$ é ?

0 pontos

- ☐ Uma função constante
- ☐ Uma função do 1º grau
- ☐ Uma função exponencial
- ☐ Outro: _____

Na parábola abaixo, os termos a, b, c são, respectivamente:

0 pontos



- ☐ 2, 1 e 4
- ☐ 2, -5 e 0
- ☐ x^2 e $5x$
- ☐ 2, 5 e 0

Essa função $f(x) = ax^2 + bx + c$ é? *

0 pontos

- ☐ Uma função do 2º grau.
- ☐ Não é um função
- ☐ Uma função afim
- ☐ Outro: _____

A função $f(x) = -3x + 1$ é? *

0 pontos

- ☐ Crescente
- ☐ Decrescente
- ☐ Outro: _____

O GeoGebra facilitou de alguma forma a sua compreensão nesses temas? *

0 pontos

- ☐ Sim
- ☐ Não

A função $y(x) = 7x + 10$ é? *

0 pontos

- ☐ Uma função Afim
- ☐ Decrescente
- ☐ Crescente
- ☐ Uma função constante

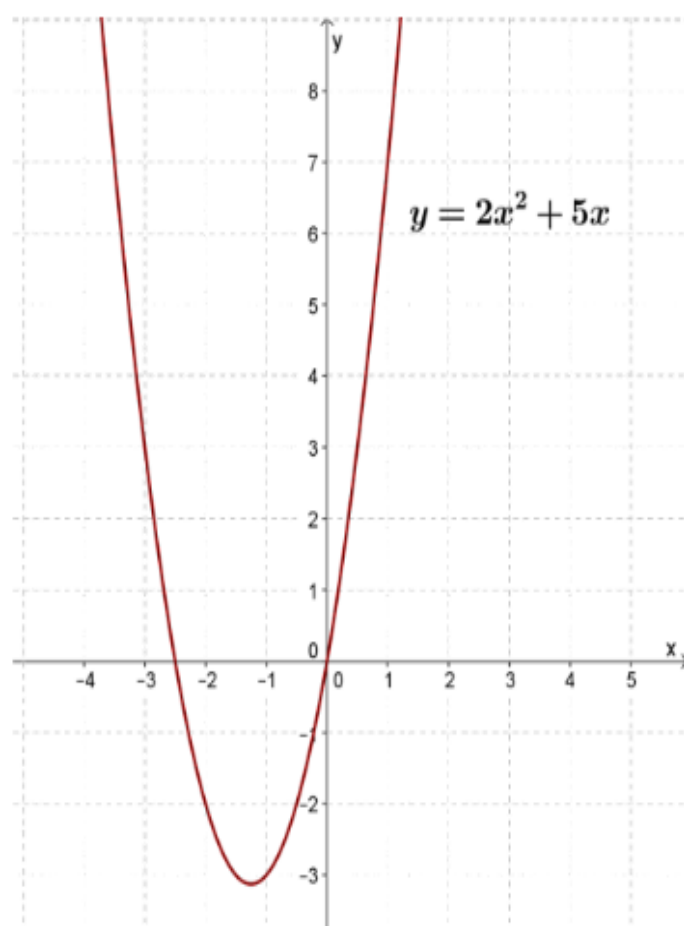
A função $h(x) = 3x^2 + 6x + 9$ é? *

0 pontos

- ☐ Uma função quadrática
- ☐ Uma função Afim
- ☐ Uma função com a concavidade voltada para cima
- ☐ Não é uma função

Na parábola abaixo podemos afirmar que o valor de delta (Δ): *

0 pontos



- ☐ é positivo maior que zero
- ☐ é negativo menor que zero
- ☐ é igual a zero
- ☐ nenhuma das anteriores